

1. Az  $ABC$  háromszögben  $AC = 5, 8$ ,  $BC = 5$  egység. Az  $AB$  oldalhoz tartozó magasság  $CT = 4$  egység. Számítsa ki a háromszög területét!

2. Oldja meg a valós számpárok halmazán az

$$x^2 = 2y + 8, \quad y^2 = 2x + 8$$

egyenletrendszert.

3. Az  $ABC$  háromszögben a  $C$  csúcsból induló belső szögfelező az  $AB$  oldalt a  $D$  pontban metszi. Számítsa ki a háromszög  $C$  csúcánál fekvő szögét és az  $AB$  oldal hosszát, ha  $AC = 5$ ,  $BC = 12$  és  $CD = \frac{60\sqrt{2}}{17}$  egység.

4. Oldja meg a következő egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán:

a)  $\sqrt{4x - x^2} > 6 - 2x$ ;      b)  $\log_{\frac{3}{4}} \log_{18}(x^2 - 63) \geq 0$ .

5. Az  $ABCD$  téglalapban  $BC = 3AB$ . A rövidebb oldalak felezőpontjai  $E\left(\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$  és  $F\left(-\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right)$ . Számítsa ki a csúcspontok koordinátáit!

6. Határozza meg azokat az  $a$ ,  $b$  és  $c$  pozitív egész számokat, amelyekre

$$ab = a + 2b + 33,$$

valamint az  $a$ ,  $b$  és  $c$  hosszúságú szakaszokból olyan háromszög szerkeszthető, amely mindhárom oldalának hossza osztható 3-mal.

7. Milyen határok között mozog  $2p - 2q$  értéke, ha  $p$  és  $q$  olyan valós számok, hogy az  $x^2 - px + q = 0$  egyenlet gyökei valósak, és az egyenlet  $x_1$  és  $x_2$  gyökeire fennáll az  $x_1^2 + x_2^2 = 4$  összefüggés?

8. Oldja meg az

$$\frac{x - 2p}{x + 2p} = \frac{x - p}{x - 2p} - \frac{8p^2 - 3x}{x^2 - 4p^2}$$

egyenletet, ahol  $p$  valós paraméter.