

1. Az ABC háromszögben $AC = 5, 8$, $BC = 5$ egység. Az AB oldalhoz tartozó magasság $CT = 4$ egység. Számítsa ki a háromszög területét!

2. Oldja meg a valós számpárok halmazán az

$$x^2 = 2y + 8, \quad y^2 = 2x + 8$$

egyenletrendszert.

3. Az ABC háromszögben a C csúcsból induló belső szögfelező az AB oldalt a D pontban metszi. Számítsa ki a háromszög C csúcsánál fekvő szögét és az AB oldal hosszát, ha $AC = 5$, $BC = 12$ és $CD = \frac{60\sqrt{2}}{17}$ egység.

4. Oldja meg a következő egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán:

a) $\sqrt{4x - x^2} > 6 - 2x$; b) $\log_{\frac{3}{4}} \log_{18}(x^2 - 63) \geq 0$.

5. Az $ABCD$ téglalapban $BC = 3AB$. A rövidebb oldalak felezőpontjai $E\left(\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ és $F\left(-\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Számítsa ki a csúcspontok koordinátáit!

6. Határozza meg azokat az a , b és c pozitív egész számokat, amelyekre

$$ab = a + 2b + 33,$$

valamint az a , b és c hosszúságú szakaszokból olyan háromszög szerkeszthető, amely mindhárom oldalának hossza osztható 3-mal.

7. Milyen határok között mozog $2p - 2q$ értéke, ha p és q olyan valós számok, hogy az $x^2 - px + q = 0$ egyenlet gyökei valósak, és az egyenlet x_1 és x_2 gyökeire fennáll az $x_1^2 + x_2^2 = 4$ összefüggés?

8. Oldja meg az

$$\frac{x - 2p}{x + 2p} = \frac{x - p}{x - 2p} - \frac{8p^2 - 3x}{x^2 - 4p^2}$$

egyenletet, ahol p valós paraméter.