

Ebben a tanévben 2000. november 16-án került megrendezésre a Hajdú-Bihar Megyei Középiskolai Matematikai Tanulmányi Verseny a Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézete és a Bolyai János Matematikai Társulat Hajdú-Bihar Megyei tagozata szervezésében. A versenyen a város és a megye középiskolái (gimnázium, szakközépiskola) tanulói indultak, több, mint 1000 tanuló írt versenydolgozatot.

A versenyt a Versenybizottság igen eredményesnek ítélte. 35 tanár 61 diákja ért el helyezést vagy kapott dicséretet. Maximális pontszámot 6 tanuló ért el: *Egri Attila, Tóth Ágnes, Erdei Zsuzsa, Siroki László, Nagy Dávid, Deli Lajos*.

Ízelítőül néhány a verseny feladatai közül:

### 9. osztály

3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 10-es számrendszerbeli szám 7-tel osztható, akkor az utolsó számjegyének elhagyásával keletkezett számot e jegy kétszeresével kisebbítve szintén 7-tel osztható számot kapunk. Igaz-e ennek az állításnak a megfordítása is?

5. Melyek a sík azon pontjai, amelyek a sík  $e$  és  $f$ , egymással nem párhuzamos egyeneseitől mért távolságainak összege egy adott  $d$  távolsággal egyenlő?

### 10. osztály

2. Egy kocka középpontjának távolsága az egyik csúcsától  $a$ , az egyik élének felezőpontjától  $b$ , az egyik lapjának középpontjától  $c$ . Van-e olyan háromszög, amelyik oldalainak hossza  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ?

3. Az  $ABC$  háromszög  $BC$  oldalának  $A_1$  belső pontján áthaladó,  $AC$ -vel párhuzamos egyenes  $AB$ -t  $C_1$ -ben metszi. Az  $A_1$  ponton áthaladó,  $AB$ -vel párhuzamos egyenes  $AC$ -t  $B_1$ -ben metszi. Legyen az  $ABC$ ,  $CB_1A_1$ ,  $BA_1C_1$  háromszögek köré írt kör sugara rendre  $r$ ,  $r_c$ ,  $r_b$ . Igazolja, hogy  $r = r_c + r_b$ !

### 11. osztály

2. Oldjuk meg a

$$\sin x - \sqrt{y} + z^2 = 3 \quad 2 \sin x + \sqrt{y} - z^2 = 0 \quad 3 \sin x + 2\sqrt{y} + 3z^2 = 19$$

egyenletrendszert.

5. Az  $x_n$  sorozat tagjai teljesítik az  $x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1} = 1$  rekurziót. Határozzuk meg  $x_{2000}$  értékét, ha  $x_0 = 1$  és  $x_1 = 2$ .

### 12. osztály

4. Legyen az  $ABC$  háromszög belső szögfelezőinek a metszéspontja  $O$ , az  $\alpha$  szög belső szögfelezőjének a  $BC$  oldallal való metszéspontja  $M$ , a  $\beta$  szög belső szögfelezőjének az  $AC$  oldallal való metszéspontja  $N$ ,

$$d_{AO} = \sqrt{3}d_{MO}, \quad d_{NO} = (\sqrt{3} - 1)d_{BO}.$$

Mekkorák az  $ABC$  háromszög szögei?

5. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sin 2x - 2 \left( 2\sqrt{\sin x + \cos x} - 3 \right) (\sin x + \cos x) = 4\sqrt{\sin x + \cos x} - 2.$$

Dr. Kántor Sándorné