

1. Egy üzem egy év alatt 26,5%-kal növelte termelését. Ez a növekedés két forrásból származott. Egyrészt növekedett a munkások száma, másrészt növekedett az egy főre jutó termelés. Az egy főre jutó termelésnövekedés 1,5-szer annyi százalékkal volt nagyobb, mint a munkások számának növekedése. Hány százalékos volt az egyik, illetve a másik növekedés?

2. Az ABC háromszögben $AB = 10$ egység, $A(0; 6)$, a B pont az x tengelyen van, a háromszög súlypontja $S(4; 6)$. Számítsa ki a háromszög területét.

3. Mely valós x számokra pozitív a következő kifejezések értéke?

a) $\frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$; b) $|x + 2| - |x - 2| - x$; c) $1 + \log_2 \sin 2x$.

4. Az (a_n) sorozat első n tagjának összege $S_n = 2n^2 + 3n$, $n \in \mathbf{Z}^+$. A (b_n) sorozat n -edik tagja $b_n = 4n - 1$, $n \in \mathbf{Z}^+$.

a) Igazolja, hogy (a_n) és (b_n) számtani sorozatok. Írja fel az (a_n) sorozat n -edik tagját n függvényeként.

b) Fejezze ki n -nel a (b_n) sorozat első n tagjának összegét.

c) Határozza meg a $(c_n) = (a_n + b_n)$ sorozat első n tagjának összegét.

5. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\cos x - \sin x = \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}$$

egyenletet!

6. Egy háromszög egyik szöge 75° , a szög csúcsából kiinduló magasságvonal a szemközti oldalt $\sqrt{6}$, illetve $\sqrt{2}$ hosszúságú részre osztja. Számítsa ki a háromszög másik két szögét!

7. Határozza meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az

$$x^2 + 4px + 2p^2 + 3p - 1 = 0$$

egyenlet

a) két valós gyöke egyenlő legyen;

b) két valós gyöke egymás reciproka legyen;

c) egyik valós gyöke a másik valós gyökének kétszerese legyen;

d) a valós gyökök szorzata minimális legyen.

8. Egy tepszi sült tésztát a tepsiben darabolunk fel, ennek két szélével párhuzamos, széltől szélíig haladó vágásokkal. Nevezzük a szélek mentén keletkezett darabokat „rosszak”-nak, a többit „jó”-nak. Hány vágás esetén sikerül a süteményt úgy adagolni, hogy minden adag két „jó” és egy „rossz” darabból álljon? Hány adag állítható így össze?

Rábai Imre