

„Csak művelt nemzet tarthatja fenn magát Európa népei között, tehát a nemzet jövője kulturális előrehaladásától függ.”

Eötvös József

2000. márciusában kilencedszer rendezték meg a Kárpát-medence különböző országaiban élő magyar középiskolások matematikaversenyét. A találkozó házigazdája a *Dunaszerdahelyi Magyar Tanítási Nyelvű Gimnázium* volt. Ennek a rangos megmérettetésnek három tényező a mozgatója, írja a versenyről készült beszámolóban *dr. Bíró Gizella*, a szervezőbizottság elnöke:

- az anyanyelv, ami összeköti a versenyzőket,
- a matematika szeretete és tisztelete,
- a barátság, amely minden alkalommal születik, vagy a meglévő erősödik.

Az ünnepélyes megnyitón *Szigeti László*, a Szlovák Oktatási Minisztérium politikai államtitkára, a rendezvény fővédnöke, *Jarábik Gabriella*, a Kulturális Minisztérium államtitkára, *Pázmány Péter*, Dunaszerdahely polgármestere, *Urbán János*, a zsűri elnöke, a magyar csapat vezetője, *Bíró Gizella* főszerző és *Cseh Mária*, a gimnázium igazgatónője üdvözölte a vendégeket. Megható élménybeszámolót mondott el a Csallóközben töltött gyerekkoráról, majd családjának kitelepítéséről *Urbán Jánosné*.

Az ötnapos programban színházi előadás, múzeum- és tárlatlátogatás, pozsonyi, csallóközi, dévényi kirándulás, előadások, táncház, a polgármester úr fogadása, no és a verseny adtak soha el nem múló élményeket.

A négyórás írásbeli március 25-én volt, minden évfolyamon 6-6 feladattal.

Közöljük a 9. és 10. évfolyamosok feladatSORÁT.¹ Az idej feladatokat, a kitűző tanárok nevét és az összes korábbi versenyfeladatot megtalálhatják az érdeklődők az interneten, honlapunkon, a <http://komal.elte.hu>-tól kiindulva a *Kapcsolatok*-nál vagy közvetlenül a <http://berzsenyi.tvnet.hu/~nemecs> címen.

9. évfolyam

1. Bizonyítsuk be, hogy minden k pozitív egész számra igaz, hogy a $(k+1)(k+2)(k+3)\cdots(k+2000)$ szorzat osztható 2000^{99} -nel!

2. Ha az ABC háromszög AB és AC oldalán úgy vesszük fel a D és E pontokat, hogy $DE = DB = EC$ teljesüljön, akkor $AD = AE = BC$ is teljesül. Mekkora az ABC háromszög szögei?

3. Igazoljuk, hogy bárhogy is választunk ki a 2000-nél nem nagyobb pozitív egész számok közül 1001-et, biztosan lesz a kiválasztottak között két olyan szám, amelyek különbsége 4.

4. Az ABC derékszögű háromszög AB átfogóját a háromszögbe írt kör a D pontban érinti. Bizonyítsuk be, hogy az AD és DB oldalhosszúságú téglalap területe egyenlő az ABC háromszög területével!

5. Az $1 \leq x \leq 3$ valós számokra az f függvényt a következő módon értelmezzük:

$$f(x) = \frac{x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 9}{1 + 4x - x^2}.$$

Határozzuk meg f legkisebb értékét és azt az x helyet, ahol ezt a legkisebb értéket felveszi!

6. Oldjuk meg az egész számok halmazán a következő egyenletet: $y(1-x)^2 + x(1-y)^2 + (x+y)^2 - x^3 - y^3 = 2000$.

10. évfolyam

1. Oldjuk meg az egész számok körében az $x^2 - y^2 - z^2 = 1$, $y + z - x = 3$ egyenletrendszer!

2. Az ABC derékszögű háromszögben ($ACB \sphericalangle = 90^\circ$) a beírt kör K középpontját a háromszög köré írt kör O középpontjával összekötő egyenes az átfogóval 45° -os szöget zár be. Számítsuk ki az átfogó és a beírt kör sugarának arányát!

3. Számítsuk ki az $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2000}$ összeget, ha $a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$ ($n \in \mathbf{N}^+$).

4. Az ABC háromszög BC oldalán úgy vettük fel az A_1, A_2, \dots, A_{n-1} pontokat, hogy az $AA_1, AA_2, \dots, AA_{n-1}$ felegyenesek a $BAC \sphericalangle = \alpha$ szöget n egyenlő részre osztják. Igazoljuk, hogy $AB \cdot AA_1 + AA_1 \cdot AA_2 + \cdots + AA_{n-1} \cdot AC = AB \cdot AC \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{\alpha}{n}}$.

5. A táblára felírtak 3 pozitív egész számot. Egy lépésben a táblára felírt számok közül egyet letörölhetünk és helyére a megmaradt két szám összegénél 1-gyel kisebb számot írhatunk. Néhány lépés után a táblán ez a három szám áll: 17, 75, 91. Lehetett-e a kiinduló számhármás

a) 2, 2, 2; és b) 3, 3, 3?

6. Az $ABCD$ négyzet AB oldalának A -hoz közelebbi harmadolópontja H . A H pont tükörképe A -ra H_1 , B -re H_2 . A CH_1 és AD egyenesek metszéspontja E , a DH_2 és BC egyenesek metszéspontja F , végül a CH_1 és DH_2 egyenesek metszéspontja M . Hányad része az $ABCD$ négyzet területének a DEM és CFM háromszögek területének összege?

A verseny helyezettjei:

IX. osztály

1. **Nagy Zoltán Lóránt**, Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,
Bergmann Gábor, Budapest, Berzsényi D. Gimn.,
2. **Csóka Endre**, Debrecen, Fazekas M. Gimn.,
Szalai Attila, Szeged, Radnóti M. Gimn.,
3. **Nagy Gábor**, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,
Pintér Balázs, Paks, Energetikai Szakközépisk.,
Lang Péter, Győr, Révai M. Gimn.

X. osztály

1. **Balogh János**, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,
Simon András, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,
Spanczér Ilona, Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn.,
2. **Csikvári Péter**, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,
Gémes Norbert, Miskolc, Földes F. Gimn.,
3. **Boros Vazul** Budapest, Berzsényi D. Gimn.,
Erdei Zsuzsa, Hajdúszoboszló, Hógyes E. Gimn.,
Sipos István, Nagyvárad Ady E. Gimn.,
Horváth Szabolcs, Sepsiszentgyörgy, Székely Mikó Koll.,
Dömötör Csilla, Győr, Révai M. Gimn.,
Koreck Ferenc, Szeged, Radnóti M. Gimn.

XI. osztály

1. **Vörös László**, Győr, Révai M. Gimn.,
Pesti Gábor, Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn.,
2. **Lovrics Anna**, Budapest, Berzsényi D. Gimn.,
Pogátsa Attila, (Bonyhád, Petőfi S. Evang. Gimn.,
3. **Ritter Ádám**, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,
Dávid László, Marosvásárhely, Bolyai F. Líceum.

XII. osztály

1. **Demeter Albert**, Székelykeresztúr, Orbán B. Gimn.,
Pálvölgyi Dömötör, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.,
2. **Hegyí Géza**, Csíkszereda, Márton Á. Líceum,
3. **Gyürki István**, Zselíz, Magyar Tannyelvű Gimnázium,
Bálint Balázs, Miskolc, Földes F. Gimn.,
Balázs Péter, Kaposvár, Táncsics M. Gimn.,
Kiss Norbert, Debrecen, Fazekas M. Gimn.

A versenyt a következő években is megrendezzük, minden második évben Magyarországon, közben pedig a környező országokban.

A záróünnepség végén *dr. Pintér Ferenc* meghívta a jelenlévőket a jövő évi versenyre Nagykanizsára.

Bogdán Zoltán