

1. Adjuk meg az A , B és C értékét egyszerűbb alakban, majd rakjuk növekedő sorrendbe őket:

$$A = \operatorname{tg}(0 \cdot 12^\circ) + \operatorname{tg}(1 \cdot 12^\circ) + \operatorname{tg}(2 \cdot 12^\circ) + \dots + \operatorname{tg}(15 \cdot 12^\circ), B = \sqrt[3]{6 \cdot \sqrt{3} - 10}, C = \log_2 \sqrt{\frac{2}{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^8}{32}}}, \quad \text{ahol } a = \sqrt{7} - 1$$

2. Az $ABCDE$ konvex ötszögben AE felezőpontja F , FD felezőpontja H , HC felezőpontja J , továbbá BE felezőpontja G , GD felezőpontja I , IC felezőpontja K .

Határozzuk meg a $JK : AB$ arányt!

3. Mutassuk meg, hogy a következő egyenletnek pontosan két egész gyöke van:

$$\sqrt{1 - \frac{x^2 - 2000x + 1999}{x - 1}} + \sqrt{-1 + \frac{x^2 - 1999x + 1998}{x - 1}} = 1.$$

4. Az $y^2 - 6y - x + 11 = 0$ egyenletű parabolának és egy körnek három közös pontja van, amelyek egy szabályos háromszög csúcsai. Adjuk meg a kör egyenletét, ha a középpontja illeszkedik a parabola tengelyére!

5. Határozzuk meg azokat a rácspontokat a koordinátarendszerben, amelyek koordinátáira teljesülnek a következő feltételek:

$$x^3 - x^2y - xy + y^2 = 0, \quad x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 \leq 0.$$

6. Egy bevásárlóközpont egy év alatt 54%-kal növelte a bevételét. A nagyobb bevételt a vásárlók számának és az egy főre eső vásárlás értékének a növekedése eredményezte. Hány százalékkal emelkedett a vásárlók száma, ha az egy főre eső vásárlás értéke négyszer akkora százalékkal nőtt, mint a vásárlók száma?

7. Az a , b , c valós paraméterekre a és c különböző előjelű, továbbá $a + c \neq b$. Tekintsük az alábbi egyenletet:

$$(a^2 + b^2 + c^2) \cdot x^2 - 2b(a + c) \cdot x + 2ac = 0.$$

Mutassuk meg, hogy az egyenletnek van két valós gyöke, és a nagyobbik a $(0; 1)$ intervallumban van.

8. Az ABC derékszögű háromszög AB átfogója egységnyi. Megrajzoljuk kifelé az $ACDE$ és az $ABFG$ négyzeteket. Mekkora az ABC háromszög A -nál lévő belső szöge, ha az $ECBG$ négyszög területe maximális?

Számadó László