Bakos Tibor (Tibi bácsi) emlékére

1. Egy bank 300 000 forintos betétre két év elteltével 386 400 forintot fizet. A kamatláb a futamidő második évében 3%-kal csökkent. Mennyi volt a kamatláb az első évben?

2. Az $ABCD$ téglalap AB oldalegyenesén vegyünk fel egy P pontot. Az A ponton át a DP egyenessel párhuzamosan húzott egyenes a CP egyenest a Q pontban metszi. Mekkora távolságra van a Q pont az AB egyenestől, ha $AP = 9$, $BP = 6$ és $BC = 4,5$ egység?

3. Adott egy háromszög két oldala, a és c. Tudjuk, hogy

$$\sqrt{\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta} = \frac{a}{b},$$

ahol α az a, β pedig a b oldallal szemközti szög. Fejezze ki a-val és c-vel a háromszög b oldalát!

4. Tekintsük a $2a$ oldalhosszúságú $ABCD$ négyzetet. A négyzet AB oldalát egy P pont két részre osztja. Az AP és PB szakaszokra állítsunk négyzetet úgy, hogy azok az eredeti négyzet egy részét lefedjék. Hogyan kell megválasztani a P pont helyzetét, hogy a négyzet lefedetlen területe a legnagyobb legyen? Mekkora ez a terület a függvényében?

5. Mely valós x-ekre teljesül a

$$8|\sin x| \geq 4\cos^2 x - 1$$

egyenlőtlenség?

6. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a $3x + 4y = 1999$ egyenletű egyenessel és a $C(-1;2)$ ponttól 2 egység távolságra halad.

7. Oldja meg a valós számpárok halmazán ($(x,\ y) \in \mathbf{R}^2$) a

$$\log_2\left(\cos^2(xy) + \frac{1}{4\cos^2(xy)}\right) = -\left(y - \frac{1}{2}\right)^2$$

kétismeretlenes egyenletet.

8. Oldja meg a valós számok halmazán az

$$a \cdot 3^x + \frac{a}{3^x} = 3^{x+2} + 2a$$

egyenletet, ahol a valós paraméter.

Rábai Imre