

1. Egy trapéz egyik párhuzamos oldalának hossza 22 egység, a két szárának hossza 14,3, illetve 16,5 egység, a trapéz magassága 13,2 egység. Számítsa ki a trapéz területét.

2. Igazolja, hogy ha n pozitív egész szám, akkor a következő kifejezések oszthatók 24-gyel.

a) $(n^2 + 3n + 1)^2 - 1$; b) $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$.

3. Határozza meg az $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x + \sin^4 x}$ függvény ($x \in \mathbf{R}$) szélsőérték helyeit és értékkészletét.

4. Az a_1, a_2, a_3, a_4 és b_1, b_2, b_3, b_4 két mértani sorozat első négy eleme. $a_1 = b_1, a_2 - b_2 = 3, a_3 - b_3 = 6$ és $a_4 - b_4 = 36$. Írja fel a sorozatok első négy elemét.

5. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$\sqrt{\log_2 16 - \log_2 x^5 + (\log_2 x)^2} \leq \sqrt{2(\log_2 x)^2 - 5 \log_2 x}.$$

6. Oldja meg a

$$\left| \frac{4 \sin^2 x - 1}{\cos x} \right| = \frac{4 \cos^2 x - 3}{\cos x}$$

egyenletet a valós számok halmazán!

7. Az $ABCD$ trapéz párhuzamos oldalai AB és CD , $AB = 3 \cdot CD$, $BC = AD$ és az AC átló merőleges a BD átlóra. Számítsa ki az A és B csúcsok koordinátáit, ha $C(6; 4)$ és $D(3; 3)$.

8. Tekintsük az

$$((a + 2)x^2 + (1 - a)x + a - 1)(4x - x^2 - 5) \leq 0$$

egyenlőtlenséget, ahol $a \in \mathbf{R}$ paraméter.

a) Határozza meg az a paraméter értékét úgy, hogy az egyenlőtlenségnek pontosan egy megoldása legyen!

b) Milyen a esetén van az egyenlőtlenségnek végtelen sok megoldása, és milyen a esetén nincs egyetlen megoldása sem?

Rábai Imre