[1]Ezt a feladatsort szakköri feldolgozásra ajánljuk.
Pogány János, a budapesti Piarista gimnázium kiváló matematika tanára emlékére.

1. Állapítsa meg, hogy az m valós paraméter mely értékeire lesznek a

$$2x^2+2(m+1)x+m^2+2m=0$$

egyenlet gyökei valósak, és állapítsa meg ezekre az m értékekre az

$$f(m)=x_1+x_2+4x_1x_2$$

kifejezés legnagyobb és legkisebb értékét, ahol x_1 és x_2 az adott egyenlet megoldásai.

2. a) Igazolja, hogy minden háromszögben

$$\varrho\cdot r=\frac{abc}{4s},$$

ahol a, b, c a háromszög oldalai, $a+b+c=2s$, ϱ a háromszögbe, r a háromszög köré írt kör sugara.

b) Tekintsük azokat a háromszögeket, amelyekben az egyik oldal hossza 2 egység, a másik két oldal összege 4 egység. Határozza meg a háromszögbe és a háromszög köré írható körök területei szorzatának a legnagyobb értékét.

3. Igazolja, hogy az

$$f(x)=\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\qquad (a_1\neq 0,\ a_2\neq 0;\ a_2x^2+b_2x+c_2\neq 0)$$

kifejezés értéke pontosan akkor (akkor és csak akkor) állandó (azaz értéke független x-től), ha van olyan $k\in\mathbf{R}$, hogy $a_1=ka_2$, $b_1=kb_2$, $c_1=kc_2$.

4. Az (a_n) $(n\in\mathbf{N}^+)$ sorozatban $a_1=1$, $a_2=2$ és $n\geq 3$ esetén $a_n=2a_{n-2}-a_{n-1}$.

Írja fel a_n-et, majd S_n-et $(S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n)$ n függvényeként.

Rábai Imre

[1]*