

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x+4}{x+3} - \frac{28}{15}.$$

2. Igazolja, hogy minden háromszögben

$$\sin^2 \alpha = \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma - 2 \sin \beta \sin \gamma \cos \alpha,$$

ahol α, β, γ a háromszög szögei.

3. Határozza meg az a paraméter értékét úgy, hogy a

$$-2 < \frac{x^2 + ax - 2}{-x^2 + x - 1} < 3$$

egyenlőtlenség minden valós x -re teljesüljön.

4. Az ABC egyenlő szárú háromszög alapja $BC = 4,8$ egység, a hozzá tartozó magasság $m = AD = 4,5$ egység. A P pont az AC szár olyan pontja, amelyre az $ABDP$ négyszög húrnégyszög. Számítsa ki az AP szakasz hosszát.

5. Egy számtani sorozat első n, k , illetve $n+k$ elemének összege S_n, S_k , illetve S_{n+k} . Igazolja, hogy

$$(n+k)(S_n - S_k) = (n-k)S_{n+k}.$$

6. Az ABC háromszög két csúcspontja $A(0;5)$ és $B(-4;0)$, a háromszög területe 9 területegység. Számítsa ki az X csúcspont abszcisszáját, ha ordinátája 7.

7. Határozza meg az a paraméter értékét úgy, hogy a

$$2x^2 - 2(2a+1)x + a(a-1) = 0$$

egyenlet egyik gyöke a -nál kisebb, a másik gyöke a -nál nagyobb legyen.

8. Határozza meg az

$$x^2 - 2(\sin \alpha + \cos \alpha)x + 1 + 2 \cos^2 \alpha = 0$$

egyenletben az α paraméter értékét úgy, hogy az egyenletnek

- két egyenlő,
- két különböző valós gyöke legyen.

Rábai Imre