

1. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt{x^2 - 10x + 30} + x^2 = 10x - 18.$$

2. Felülnézetben egy $ABCDEF$ 10-egység oldalú szabályos hatszöget látunk, de a valóságban a csúcsok a vízszintes talajhoz képest rendre 4, 6, 3, 6, 2, 3 egység magasan vannak. Az AD , BE , valamint CF egyenesek felülnézetben látszólag egy pontban metszik egymást. A valóságban milyen távolság van függőlegesen ezen egyenesek között a látszólagos metszéspontnál?

3. Az \overline{abc} alakú tízes számrendszerbeli négyjegyű szám prímszám. A különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. A négy számjegy összege 26. Ha a számot egy vágással kétfelé vágjuk, akkor a keletkezett lehetséges számok közül \overline{abb} , \overline{c} , \overline{ab} , \overline{bc} , valamint \overline{bbc} is prímszámok. Adjuk meg az összes ilyen tulajdonságú négyjegyű számot.

4. A derékszögű koordináta-rendszerben adottak a következő pontok: $A(0; 0)$, $B(6; 0)$, $D(0; 6)$, $P(2; 0)$, $S(0; 4)$, $E(9; 0)$, $F(0; 9)$. Tudjuk továbbá, hogy a C pont az EF szakasz belső pontja. A CD szakasz C -hez közelebbi harmadolópontja R , a BC szakasz B -hez közelebbi harmadolópontja pedig Q . Az AC , BD , PR , QS szakaszok felezőpontjai legyenek rendre K , L , M , N . Határozzuk meg C pont koordinátáinak függvényében a $KL : MN$ arányt.

5. A valós számokon értelmezett f függvény hozzárendelési szabálya: $f(a) = 2a^3 - 3a^2 + a$. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x) = 0.$$

6. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{7}\right)^{\frac{2}{-5+\lg x} - \frac{4}{1+\lg x}} = 9, 8.$$

7. Adott két, egymást két pontban metsző, nem egy síkban fekvő körvonal. Mutassuk meg, hogy mindig létezik olyan gömbfelület, amelyre a két körvonal illeszkedik.

8. Három aranyásó minden nap annyi grammos aranyrögöt talált, ahányadik napja dolgoztak. Hányadik napon tudnak először egyenlően osztozkodni az aranyakon, ha a talált rögöket nem akarják feldarabolni?

Számadó László