

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$5^x \cdot 2^{\frac{x}{x-1}} = 100.$$

2. Igazolja, hogy ha egy háromszögben

$$\frac{a-b}{a} = 1 - 2 \cos \gamma,$$

akkor a háromszög egyenlő szárú.

3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget:

$$\frac{x^2}{(2 - \sqrt{x+4})^2} > x + 6.$$

4. Állapítsa meg, hogy az alábbi kifejezések a változók mely értékeinél veszik fel a legnagyobb értéküket. Számítsa ki ezt a legnagyobb értéket.

a) $\frac{4\sqrt{2} + 2}{2^{x-1} + 2^{2-x} + 1};$

b) $\frac{32}{(3 - x + \lg 2y)^2 + x^4 - 2x^2 + 17}.$

5. Egy számtani sorozat differenciája $\frac{1}{2}$. Az első n tag összege $\frac{75}{2}$, az első $n + 3$ tag összege **63**. Mekkora n értéke, és mennyi a sorozat első tagja?

6. Oldja meg az egész számokból álló számhármások halmazán a következő egyenletrendszert.

$$x^2 - y^2 - z^2 = 1, y + z - x = 3.$$

7. A k kör érinti az x tengelyt, valamint az $(x - 17)^2 + (y + 17)^2 = 100$ egyenletű kört az $x_0 = 11$ abszcisszájú pontjában. Írja fel a k kör egyenletét.

8. Az m valós paraméter értékétől függően hány különböző valós gyöke van a következő egyenletnek?

$$x^4 + 2(m^2 - 5)x^2 + m^4 - 10m^2 + 7$$