

A múlt havi számunkban közreadtuk az 1996. évi Téli Ankétön meghirdetett TOTÓ kérdéseit. A telitalálatos szelvény: 1, -, x, 2, x, 1, x, 2, x, x, x, x, 2, 2.

Az egyik feladatot (a másodikat!) sajnos hibás szám adatokkal tettük közzé, s így a helyes megoldás nem szerepelt a felkínált lehetőségek között. A szabályos 12-szög belsejében ténylegesen 301 olyan pont van, amelyen legalább két átló át megy. (Szerencsére ezen feladat értékelése nélkül is ugyanaz marad a nyertesek sorrendje, mint amilyen sorrendet az Ankétön és a múlt havi számunkban közzétettünk!)

Néhány megjegyzés a totószelvényen szereplő „trükkösebb feladatok” megoldásáról.

3. Egy gömb felületén  $n$  (konkrétan  $n = 8$ ) azonos elektromos töltésű kicsiny golyócska szabadon mozoghat. Hogy helyezkednek el a golyócskák *stabil* egyensúlyi helyzetükben? – ez volt a kérdés. Szimmetria-érzékünk azt súgja, hogy a lehető legrövidebb alakzat, tehát egy kocka csúcspontjai jelölik ki a stabil egyensúlyi helyzetet. Érdekes módon ez *nem igaz!* A rendszer energiáját csökkenthetjük, ha a kocka egyik lapját a középpontja körül  $45^\circ$ -kal elforgatjuk, s a szemközti laptól mért távolságát is megváltoztatjuk egy kicsit. Ez a helyzet lesz a legkisebb energiájú, tehát biztosan stabil állapot, a kockáról pedig be lehet látni, hogy *instabil* egyensúlynak felel meg.

4. Könnyen látható, hogy az (1) és az (x) válasz nem helyes. Ha  $n = k^2$ , akkor egy tetszőleges háromszög minden oldalát  $k$  egyenlő részre osztva megfelelő felbontást kapunk. Ha  $n = k^2 + m^2$  (ahol  $k, m > 0$ ), akkor vegyünk egy olyan derékszögű háromszöget, amelynek a befogói  $k$  és  $m$ , és húzzuk meg az átfogóhoz tartozó magasságot. A kapott két háromszög oldalait  $k$ , illetve  $m$  egyenlő részre osztva előállítható a kívánt felbontás. Ha  $n = 3k^2$ , induljunk ki egy  $S$  szabályos háromszögből: ennek súlyvonalai 6 egybevágó derékszögű háromszögre bontják  $S$ -et, így  $S$  fele 3 egybevágó és vele hasonló háromszögre osztható, azok pedig az előbbieket szerint tovább bonthatók.

5. Közismert, hogy az északi féltekén december 22-én a legrövidebb a nappal. Meglepő, hogy Budapesten a Nap nem ekkor kel fel legkésőbb, hanem január elején! Ennek az az oka, hogy a Föld ellipszispályán, kicsit változó szögsebességgel kering a Nap körül, tehát a delelések időpontja nem eshet minden nap ugyanakkorra. (A nap hosszát, a „24 órát” nem lenne célszerű hónapról hónapra változtatgatni, ehelyett „átlag-napot” vezettek be.) A delelési időpontoknak az órák által mutatott időhöz viszonyított eltolódása okozza azt, hogy a legrövidebb nap nem esik egybe sem a legkésőbbi napfelkeltevel, sem a legkorábbi napnyugtával.

7. Ha  $a$  pozitív egész, akkor nincs pozitív egészekből álló megoldás, tehát (1) biztosan hamis. Ha  $a = -2$ , akkor minden olyan  $(x_n, y_n)$  pozitív egész számpár megoldás, ahol  $(3 - 2\sqrt{2})^n = x_n - y_n\sqrt{2}$  ( $n$  pozitív egész); így (2) is hamis, tehát csak (x) lehet helyes. (Megmutatható, hogy az egyenletnek végtelen sok pozitív egész megoldása van minden olyan negatív  $a$ -ra, amely nem egy négyzetszám ellentettje.)

12. Egyetlen kérdésből kitalálhatja. Tegyük fel először, hogy az  $x_i$ -k pozitívak. Ekkor megfelel  $U = x_1 + (x_1 + x_2)^2 + \dots + (x_1 + x_2 + \dots + x_{20})^{20}$ . Ha  $x_i$  negatív is lehet, akkor az  $U$ -ra megadott fenti képletben  $x_i$  helyére  $(3x_i + 1)^2$ -t írunk.

13 + 1. A megadott számsorozat (... , 7, 9, 12, ?, 24, 36, 56, 90, ...) az  $A_n = 24 \frac{2^n - 1}{n}$  képlettel írható le, s a kérdőjel helyére az  $n \rightarrow 0$  határértéknek megfelelő (nem egész) szám „kívánczik”. A feladatot a fizikusok a következő módon is megközelíthetik. A megadott számsorozatot mérési adatoknak tekinthetik, melyekre szeretnének egy „sima” függvényt illeszteni. A sorozat elemeinek gyors növekedési üteme azt sejteti, hogy érdemes  $\log A_n$ -t  $n$  függvényében ábrázolni, s ekkor egy lassan változó, lineáris, vagy ahhoz közeli függvénnyel írható le a keresett kapcsolat. Az interpoláló függvény nem a 16-nak, nem is a 17-nek megfelelő ponton halad át, hanem valahol közöttük. A megadott formulának megfelelő határérték:  $24 \ln 2 \approx 16,635\ 532$ .