

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket.

a) $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{7}{2}} - 3^{2x-1}$;

b) $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{3}{2}} - 3^{2x-1}$.

2. Egy számtani sorozat a_1, a_2, a_4, a_5 tagjaira $a_1a_2 = 3$ és $a_4a_5 = 63$. Számítsa ki a sorozat első tagját és differenciáját.

3. Bizonyítsa be, hogy ha $\sin(\alpha - \beta) = 0$, akkor $\sin(2\beta - \alpha) = \sin \alpha$.

4. Határozza meg az m paraméter értékét úgy, hogy az

$$mx^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$$

egyenlet egyik gyöke 3-nál kisebb, a másik gyöke pedig 3-nál nagyobb legyen.

5. Számítsa ki annak a derékszögű háromszögnek a befogóit, amelynek átfogója $4\sqrt{10}$ egység és a derékszög szögfelezőjének hossza $3\sqrt{2}$ egység.

6. A k_1 és k_2 egyenlő sugarú körök közös pontjai $A(3; 2)$ és $B(7; 6)$. Írja fel a körök egyenletét, ha az egyik kör középpontja a $4x + 5y = 20$ egyenletű egyenesre illeszkedik.

7. Oldja meg a valós számpárok halmazán az

$$x^2 + 4x \cos xy + 4 = 0$$

egyenletet.

8. Határozza meg az

$$x \mapsto f(x) = |x^2 - 6x| + |x^2 - 6x + 8|$$

függvény legnagyobb és legkisebb helyettesítési értékét, ha a függvény értelmezési tartománya a

$$3 - \sqrt{10} \leq x \leq 7$$

egyenlőtlenségnek eleget tevő valós számok halmaza.

Mely helyeken veszi fel a függvény a szélsőértékeit?

⁰Bóka István a szerző matematikatanára volt az 1941–44-es években a szegedi Baross Gábor Gimnáziumban.