

1. Milyen x -ekre értelmezhetők a következő függvények, és mi lehet az értékkészletük?

$$f_1(x) = x^2 - 9x - 22, \quad f_2(x) = |f_1(x)|, \quad f_3(x) = \sqrt{f_1(x)}, \quad f_4(x) = \lg f_1(x).$$

2. Az $x^2 - 10x + 21 = 0$ egyenlet gyökei egy-egy egyenlő oldalú henger alapkörének sugarát adják. A gyökök kiszámolása nélkül határozzuk meg a hengerek felszínének és térfogatának összegét.

3. Határozzuk meg azokat a valós x értékeket, amelyekre:

$$(\sqrt{x+1} - 2) \cdot (\sqrt{x+3} - 3) \cdot (\sqrt{x+5} - 4) \geq 0.$$

4. Az $2x + y + 9 = 0$, $-x + 2y + 8 = 0$, $3x + 4y + 6 = 0$ egyenletekkel megadott a , b és c egyenesek meghatároznak egy háromszöget. Írjuk fel a köré írt kör egyenletét. Számítsuk ki a háromszög beírt körének a sugarát.

5. Egy adott síkban az S , Z és L pontok közül S , L rögzített, Z pedig mozgó pont. $SL = 2$, $SZ = s$, $LZ = l$, tudjuk továbbá, hogy $2s^2 + 4 = l^2$. Mi a Z pontok halmaza?

6. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$36 \sin^4 x - 12 \sin^3 x - 17 \sin^2 x + 3 \sin x + 2 = 0.$$

7. Igaz-e, hogy az $xy = c$, $x - y = c$ egyenletrendszernek akkor és csak akkor van megoldása a racionális számok körében, ha c két egymást követő (egyik sem nulla) egész szám szorzatának reciprokával egyenlő?

8. Egy egyenes forgáskúp térfogatának és felszínének mérőszáma úgy aránylik egymáshoz, mint $7 : 4$. Mekkora az alapkör sugara, a forgáskúp magassága és az alkotója, ha tudjuk, hogy egész hosszúságúak?

Számadó László, Budapest