

1. Legyen $a = \sin^2 1995^\circ$, $b = \cos^2 1995^\circ$. Határozzuk meg a $\log_2(ab)^{-\frac{1}{2}}$ pontos értékét.
2. Egy kocka és egy szabályos tetraéder felszíne megegyezik. Számítsuk ki a térfogatuk arányát.
3. Egy tompaszögű háromszög legrövidebb magassága megegyezik a legrövidebb oldalnak a leghosszabb oldalra eső merőleges vetületével. Határozzuk meg a háromszög köré írt kör sugarát a háromszög oldalainak segítségével.
4. A valós számok halmazán értelmezett $f(x) = x^2 - 2x + 3$, valamint $g(x) = x^2 - 4x + 7$ függvények értelmezési tartományából határozzuk meg az összes olyan n pozitív egész számot, amelyre az $f(n)$ mértani közép az n és a $g(n)$ között.
5. Az a , b , c és d $\frac{1}{3}$ -nál nem kisebb valós számok, továbbá $a + b + c + d = 2$. Igazoljuk, hogy

$$\sqrt{6a-2} + \sqrt{6b-2} + \sqrt{6c-2} + \sqrt{6d-2} \leq 4.$$

6. Egy háromszög csúcsainak koordinátái $A(5; -2)$, $B(-3; 2)$, $C(-2; -1)$. Határozzuk meg a köré írt kör egyenletét.
7. Hat különböző valós szám egy számtani sorozat hat egymást követő eleme. Az első, a második és a hatodik tag pedig egy mértani sorozat három egymást követő eleme. Határozzuk meg a számtani sorozat első tagjának és különbségének az arányát. A mértani sorozat tizedik eleme hányadik eleme a számtani sorozatnak? Mutassuk meg, hogy a számtani sorozat tartalmazza a mértani sorozat minden elemét!
8. Oldjuk meg a valós számok halmazán:

$$\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} 2x - 6 \operatorname{tg} 3x \operatorname{tg} 2x - 6 = 0.$$

Számadó László, Budapest