

Kísérleti verseny

1. feladat. Merülési sebesség sűrűlódó folyadékban

Egy folyadékban süllyedő tárgy előbb-utóbb állandó sebességet ér el, amit *merülési sebességnek* nevezünk. Ebben a kísérletben glicerinnel süllyedő tárgyak merülési sebességét kell meghatározni.

Ha egy r sugarú gömb v sebességgel mozog sűrűlódó folyadékban, a közegellenállási erő $F = 6\pi\eta r v$, ahol η a folyadék viszkozitása. Ebben a kísérletben fémhengerek merülési sebességét kell mérni (a szokásos gömbök vizsgálata helyett). Mindegyik henger átmérője megegyezik a magasságával. Feltesszük, hogy az ilyen alakú hengerre ható közegellenállási erő képlete hasonló az ugyanakkora ($2r$ átmérőjű) gömbre ható erő képletéhez, nevezetesen:

$$F_{\text{henger}} = 6\pi\kappa\eta r^m v.$$

(Gömb esetén ebben az összefüggésben $\kappa = 1$, $m = 1$ szerepelne.)

Előzetes feladat: a merülési sebesség számítása.

Ha ρ a henger sűrűsége és ρ' a folyadéké, igazold, hogy a v merülési sebesség a következő alakú:

$$v = C r^{3-m} (\rho - \rho'),$$

ahol C állandó. Add meg a C állandót leíró kifejezést is!

A mérés

A rendelkezésre álló eszközök segítségével határozd meg számszerűen az m kitevőt és a glicerinnel sűrűségét!

Megjegyzések. 1. Az egyértelműség kedvéért ügyelj arra, hogy mindig azonos helyzetből és azonos állásból (vízszintes tengellyel) indítsd a hengereket!

2. A hengerek méretét 0,05 mm pontossággal ismerjük; nem szükséges neked is megmérni!

3. Egy nyeles emelőszita segítségével a fémhengereket kiemelheted a glicerinnel. Ne felejtse el a szitát az ejtéseid előtt a glicerinnel meríteni, különben nem tudod folytatni a mérést.

4. A glicerinnel levegőből vizet vehet fel, ami a viszkozitását csökkentheti. Ezért a mellékelt műanyag fóliával takard le a glicerines mérőhengert, amikor nem mérsz.

5. Ne keverd össze a különböző méretű és különböző anyagú fémhengereket!

Sűrűség-adatok

A mérés során használt fémek sűrűsége 10^3 kg/m^3 egységekben: alumínium 2,70; titán 4,54; acél 7,87; réz 8,96.

Mérőeszközök

[1 db 1000 ml térfogatú mérőhenger, glicerinnel töltve,

[1 db glicerinnel tartalmazó edény a mérőhenger teletöltéséhez,

[1 db elektronikus stopper,

[1 db 30 cm-es vonalzó,

[1 db ruhacsipesz,

[1 db nyeles szita a fémhengerek kiemeléséhez,

[1 db műanyag csipesz,

[6 db 10,00 mm átmérőjű alumínium henger,

[6 db 8,00 mm átmérőjű alumínium henger,

[6 db 5,00 mm átmérőjű alumínium henger,

[6 db 4,00 mm átmérőjű alumínium henger,

[6 db 4,00 mm átmérőjű titán henger,

[6 db 4,00 mm átmérőjű acél henger,

[6 db 4,00 mm átmérőjű réz henger,

[lineáris és log-log milliméterpapírok.

Megoldás. A merülési sebességet a test súlyának, a felhajtóerőnek és a közegellenállási erőnek az egyensúlya határozza meg:

$$r^2\pi \cdot 2r \cdot \rho g - r^2\pi \cdot 2r \cdot \rho' g - 6\pi\kappa\eta r^m v = 0,$$

ahonnan

$$v = \frac{g}{3\kappa\eta} \cdot r^{3-m}(\rho - \rho') = C \cdot r^{3-m}(\rho - \rho').$$

A mérést úgy végezzük el, hogy a glicerinnel töltött hengerbe különböző sugarú és különböző sűrűségű fémhengereket ejtünk, majd megmérjük, hogy a lefelé süllyedő testek mennyi idő alatt haladnak át két, a mérőhenger falán előre bejelölt szintvonal között. A távolság és időtartam mért értékeiből kiszámítjuk a test (átlag)sebességét. A felső szintvonal helyzetét változtatva az átlagsebesség nagyságának változatlanágából megállapíthatjuk, hogy a süllyedő testek már viszonylag hamar, kb. 1 cm-es út megtétele után egyenletesen mozognak.

A feladat szövege utal arra, hogy a mérés során a glicerinnel való viszkozitása a higroszkóposág miatt fokozatosan megváltozhat. Az ebből származó szisztematikus hibát úgy csökkenthetjük, hogy a különböző sugarú és különböző sűrűségű fémhengereket (mindegyikből 6–6 állt rendelkezésre) véletlenszerűen kiválasztott sorrendben ejtjük a glicerinbe.

A mérési adatok kiértékelését úgy kezdjük, hogy az azonos r és ρ értékekhez tartozó mért sebességeknek (legalább 6–6 adat) számtani közepét képezzük, illetve az ettől való (átlagos négyzetes) eltérés nagyságából megbecsüljük az egyes mérések hibáját.

A következő lépésben kiválasztjuk a különböző sugarú, de azonos sűrűségű (alumínium) hengerek merülési sebességi adatait. Mivel ekkor $v \sim r^{3-m}$, ábrázolva v -t r függvényében log-log papíron (vagy log v -t log r függvényében lineáris milliméterpapíron), a mérési pontokra illeszthető egyenes meredekségéből $3 - m$, tehát m is leolvasható. Ezzel az eljárással a keresett kitevőre $m = 1,34 \pm 0,05$ adódott.

Ábrázoljuk most a különböző sűrűségű, de azonos sugarú (4 mm-es átmérőjű) hengerek merülési sebességét a sűrűségük függvényében. Mivel most $v \sim (\rho - \rho')$, a mérési adatokra illesztett egyenes tengelymetszete (vagyis a $v = 0$ értékhez tartozó extrapolált sűrűségérték) a glicerinnel keresett sűrűségét adja. Numerikusan (10^3 kg/m^3 egységekben): $\rho' = 1,1 \pm 0,2$. (Ez a sűrűségmérési „eljárás” meglehetősen pontatlan. A táblázatokban szereplő érték, melyet pl. úszó sűrűségmérővel sokkal egyszerűbben és pontosabban lehet ellenőrizni: $1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$).

Megjegyzés. A feladat szövegében javasolt közegellenállási képlet, miszerint F a sebességtől lineárisan, a henger méretétől viszont r^m ($m \neq 1$) alakban függ, meglehetősen önkényes és elméletileg teljesen megalapozatlan! Ha az r sugarú, $2r$ magasságú, ρ' sűrűségű és η viszkozitású folyadékban v sebességgel egyenletesen mozgó hengerre ható közegellenállási erő

$$F_{\text{henger}} = 6\pi\eta r v \cdot f(r, \rho', \eta, v)$$

alakban keressük, akkor (dimenzionális okokból) nyilvánvaló, hogy a dimenziótlan f mennyiség a 4 változójától nem akárhogyan, hanem csak az ugyancsak dimenziótlan $R = r v \rho' / \eta$ kombináción (az ún. Reynolds-számon) keresztül függhet. Ha ezt a függést $f(R) = C \cdot R^\lambda$ hatványfüggvény alakban keressük, akkor a közegellenállási erőre az

$$F(r, v, \rho', \eta) \sim r^{\lambda+1} v^{\lambda+1} \eta^{1-\lambda} (\rho')^\lambda$$

kifejezést kapjuk. (A sebesség négyzetével és a keresztmetszettel arányos ismert turbulens közegellenállási képletnek pl. $\lambda = 1$ felel meg.) A merülési sebesség a fenti közegellenállási képlet szerint

$$v = C r^{\frac{2-\lambda}{1+\lambda}} \cdot (\rho - \rho')^{\frac{1}{1+\lambda}}$$

alakú. A r változótól való függésből meghatározható a λ kitevő és numerikusan kb. 0,13 adódik. Eszerint rögzített r esetén $v^{1,13} \sim (\rho - \rho')$; tehát a sebesség megfelelő hatványának lineáris ρ -függéséből meghatározhatjuk a folyadék sűrűségét. A kétféle kiértékelési mód között mindössze a ρ -függés kicsit eltérő hatványkitevőjében mutatkozik eltérés; ez az eltérés azonban olyan kicsi (10 százaléknyi), hogy a mérésben elérhető pontosság mellett nem könnyen vehető észre.

2. feladat. *Lézerfény elhajlása és szóródása* (KÖZVETLENÜL NE NÉZZ A LÉZERSUGÁRBA — MARADANDÓ LÁTÁSCSÖKKENÉST OKOZHAT!)

Ebben a kísérletben a fény visszaverődésének, elhajlásának és szóródásának néhány esetét vizsgáljuk félvezető lézer látható fénye segítségével. Egy fémvonalzót használunk visszaverődési optikai rácsként. Egy plexiből készült és vizet illetve vízzel hígított tejet tartalmazó kicsiny tartály segítségével vizsgáljuk a fényvisszaverődési és -szóródási jelenségeket.

1. rész. Helyezd el a mellékelt, 150 mm hosszúságú fémvonalzót úgy, hogy a fényezett oldala közel merőleges legyen a beeső lézersugárra, és a lézersugár számos osztásrészt világítson meg rajta! A mellékelt fehér papírernyőn fényelhajlás segítségével állítsd elő „fényfolt-sorozatot”. Mérd meg ezeknek a foltoknak a helyét és egymástól való távolságát a kb. másfél méterre elhelyezett ernyőn! Rajzold le vázlatosan az általad alkalmazott elrendezést!

Használj fel a következő összefüggést:

$$N\lambda = \pm h \sin \beta,$$

ahol N az elhajlás rendje, λ a fény hullámhossza, h a rácsállandó és β az elhajlás szöge. Mérési eredményeid alapján határozd meg a lézerfény hullámhosszát és ennek mérési hibáját!

2. rész. Helyezd el a plexitartályt üresen a lézer és a fehér papírernyő közé! Állítsd a tartályt közel merőlegesen a lézersugár irányára!

(i) Figyeld meg, hogy az áthaladó sugár intenzitása lecsökken. Becsléssel határozd meg, hogy hány százalékos ez a csökkenés. Néhány hitelesített fényszűrő segít a becslésnél. Vedd figyelembe, hogy az emberi szem ingerületi érzékelése a jel logaritmusával arányos!

A fény intenzitásának csökkenését elsődlegesen a levegő–plexi határfelületen bekövetkező visszaverődési veszteségek okozzák, összesen négy alkalommal. Merőleges beesésnél az R visszaverődési tényező (a visszavert és beeső sugár intenzitásának aránya) minden egyes felületen az

$$R = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}$$

formulával számolható, ahol n_1 a beesés előtti, n_2 pedig a beesés utáni közeg törésmutatója. A megfelelő áteresztési együttható (a plexiben történő elnyelődést elhanyagolva): $T = 1 - R$.

(ii) Felhasználva, hogy a plexi törésmutatója 1,59 értékű, és elhanyagolva a többszörös visszaverődéseket, valamint a koherencia-hatásokat, számítsd ki az üres plexitartály fényáteresztési tényezőjét! Hasonlítsd össze ezt az eredményt az (i) részben végzett becsléssel!

3. rész. Anélkül, hogy a plexitartályt elmozdítanád, töltsél a mellékelt pohárból 50 ml vizet a tartályba, és ismételd meg a 2. részben végzett megfigyeléseidet és számításaidat. (A víz törésmutatója 1,33).

4. rész. (i) Adagoljál 0,5 ml (12 csepp) tejet (fényszóró anyagot) a plexitartályban levő 50 ml vízhez és alaposan keverd fel! Mérd meg a lehető legpontosabban a lézerfény szóródási kúpjának teljes nyílásszögét és a tartály túlsó oldalán létrejövő fényfolt átmérőjét (ezek az adatok nem függetlenek egymástól). Adjál becslést az átmenő fény intenzitásának gyengülésére is az előző részfeladatokhoz hasonlóan.

(ii) Adagoljál további 0,5 ml tejet a tartályba és ismételd meg az (i) alkérdésben szereplő méréseket!

(iii) Ismételd meg többször a (ii) alkérdésbeli eljárást, egészen addig, amíg nagyon kevés vagy semennyi lézerfény sem jut át a tartályon.

(iv) Határozd meg a tej koncentrációja és a teljes szóródási szög közötti kapcsolatot!

(v) Tudjuk, hogy $I = I_0 \cdot e^{-\mu z} = T_{\text{tej}} \cdot I_0$, ahol I_0 a bejövő intenzitás, I az áthaladó intenzitás, z a tartály szélessége, μ a gyengítési tényező (ez arányos a fényt szóró részecskék koncentrációjával), T_{tej} pedig a tej fényáteresztési tényezője.

A mérési adataid és a fenti formula segítségével becsüld meg, mekkora lehet μ értéke 10 százalékos tejkoncentráció esetén!

Mérőeszközök (Nem szükséges valamennyi eszközt felhasználnod!)

|Lézerdióda fényforrás,

|fémvonalzó, mint diffrakciós optikai rács,

|plexitartály, ami vizet és tejet tárol, fényvisszaverődés és fényszórás tanulmányozására,

|mérőszalag,

|fehér papírból készült ernyő,

|szórólencsék,

|gyűjtőlencsék,

|szögmérő,

|fényszűrők,

|pohár és szemcseppentő,

|keverő,

|lineáris és log-log milliméterpapírok.

Megoldás. A feladat szövegének részletes útmutatása, a kiértékeléshez szükséges megadott képletek alapján a mérés lépésről lépésre elvégezhető. Mivel elvileg viszonylag egyszerű, a megvalósítását tekintve viszont meglehetősen bonyolult ez a mérés, a megoldás részletes ismertetése helyett csak néhány technikai részletre hívjuk fel a figyelmet.

1. A fémvonalzó osztásai egymástól 0,5 mm távolságban helyezkednek el, s ez optikai szempontból nagyon *durva* rács. Emiatt az elhajlási maximumok nagyon kicsiny szögben, a másfél méternyire levő ernyőn kb. milliméterenként követik egymást és emiatt nehezen és pontatlanul mérhetők. Sokkal szerencsésebb elrendezés az, amikor a lézerfény nem merőlegesen, hanem laposan, csaknem 90 fokos beesési szögben éri a vonalzót. Ekkor az elhajlási rendek jól szétválnak az ernyőn és a helyzetük sokkal pontosabban mérhető. (Sajnos ezt a mérési elrendezést a feladat szövege kizárta.)

2. A fényerősség mérésére a szem csak „nullműszerként” alkalmas; meglehetősen pontosan (akár százaléknyi pontossággal) el tudjuk dönteni, hogy két közeli felület mikor ugyanolyan „világos” (lásd pl. a Bunsen-féle zsírfolt-fotométert részletesebben Budó–Mátrai: Kísérleti Fizika III. kötet 270.§.). A fényerősség nagyságának számszerű meghatározására, két ismert megvilágítottság közötti érték interpolálására azonban a szem nem, vagy csak nagyon pontatlanul képes. Becsléssel a versenyzők csak annyit tudtak megállapítani, hogy a plexitartályon áthaladó fény valamennyit gyengül,

de nem annyit, mint amikor egy 75 százalékos fényszűrőt helyeztek a fény útjába. A megadott formulából kiszámított érték $T = 0,80$.

3. Az említett okok miatt a vízzel, illetve tejes vízzel töltött tartály fényáteresztési képességét sem lehetett a megadott eszközökkel számottevő pontossággal megmérni. Ugyancsak gondot okozott a szóródási kúp nyílásszögének meghatározása. A kolloid részecskéken szóródó lézerfény ugyanis nem egy éles határvonalú kúp mentén szélesedik ki, hanem egy elmodódott szélű fényfoltot rajzol ki az ernyőn, s ennek méretét szemrevételezéssel csak nagyon önkényesen lehet meghatározni.

4. A mérési feladat kitűzőinek állítása szerint mind a szóródási szög, mind pedig a tej μ gyengítési tényezője a vizsgált tartományban egyenesen arányos a tej koncentrációjával, s ezt a lineáris függvényt extrapolálhatjuk a 10 százalékos koncentrációnak megfelelő mérhetetlenül gyenge áthatoló fény esetére is. Ennek az állításnak kísérleti eredményekkel történő alátámasztásáig azonban az említett nehézségek miatt a versenyzők többsége nem jutott el.

Gnädig Péter | Honyek Gyula