

¹Halálának tizedik évfordulóján emlékezünk Pólya Györgyre. Egy későbbi számunkban olvashatnak barátjáról és munkatársáról, az ugyancsak 10 éve elhunyt Szegő Gáborról. Ez a cikk megjelent a Természet Világa 1995. augusztusi számában (379–380. o.).

A címbeli jellemzést mi sem indokolja jobban, mint az az élmény, amiben nála tett utolsó látogatásomkor részem volt. Megkérdeztem: most mivel foglalkozik; azt felelte: egy pedagógus kolléganővel olyan feladatokról frunk könyvet, amelyeknek több mint egy megoldásuk van. Ez történt 1983 nyarán, s ha valakit 95 éves korában ilyen kérdések foglalkoztatnak, azt méltán megilleti az ifjúság barátja megtisztelő címzés. De első nagyhatású tudományos-ismeretterjesztő műve – amit Szegő Gábor barátjával írt – szintén erről tanúskodik. E könyv német nyelven 1924-ben jelent meg – hosszú évek munkája eredményeként – „Feladatok és tantételek a matematikai analízisben” címmel, két kötetben. Az analízis alapvető és magasabb fejezeteiből jelentékeny terjedelmű részt dolgoztak fel problémák és megoldások formájában, bőséges irodalmi hivatkozásokkal körítve; ezzel lehetővé tették az olvasó számára, hogy alkotó önállósággal ismerkedjék meg a felsőbb matematika számos fogalmával és eredményével. Ezt a könyvet 50 évvel későbbben még érdemesnek tartották angol (és magyar) fordításban kiadni! Ezen nevelkedett – többek között – hazánk számos matematikusa, mint Turán Pál, Erdős Pál, Grünwald Géza, Hajós György, Feldheim Ervin, Gallai Tibor, Szőkefalvi-Nagy Béla, Lázár Dezső, Alpár László, hogy csak egyetlen nemzedék alkotó matematikusai közül említsek. Meggyőződésem, hogy az előző korszak matematikusai sem szégyellték volna bevallani, hogy milyen eredményességgel forgatták ezt a könyvet, nem beszélve a következő nemzedékről.

Pólya György a matematikának számos ágában, valamint a matematika alkalmazásaiban ért el kimagasló eredményeket, megoldott ismert problémákat, utakat kezdeményezett, irányt mutatott. De egész életében foglalkoztatták a matematikai és logikai alkotás útjai, módszerei, az ismeretlennel való találkozás keresése és a megoldás csavaros módjainak feltárása, leegyszerűsítése, céljai mindig világossá tételre irányultak. E tevékenysége során egész életében részt vett matematikai oktatási konferenciákon, meglátogatott iskolákat, ahol pedagógusok részére bemutató oktatást tartott; ezt tette Budapesten is. Ily módon élete a matematikával és annak minden fokú oktatásával szorosan összefonódott. Térjünk rá ennek a hosszú és eredményes pályának a vázlatos bemutatására.

1887. december 13-án született Budapesten. Édesanyja szerette volna a jogi pályán működő papa foglalkozására terelni. Be is iratkozott jogra, de fél év után nyelvészettel, irodalommal folytatta, viszont a filozófia, fizika érdekelte. Az előbbi túl könnyűnek, az utóbbit igen nehéznek találta, ezért a – szerinte – közöttük elhelyezkedő matematikát választotta. 1912-ben doktorált Budapesten, majd 2 évig Göttingenben, 1914-től Párizsban folytatott tanulmányokat és eredményes kutatómunkát a kor legnagyobb kutató matematikusai között; közülük csak Felix Klein, David Hilbert, Edmund Landau, Émile Picard, Jacques Hadamard nevét említem. Még 1924-ben Adolf Hurwitz meghívására a hírneves zürichi műegyetem, az Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) oktatója, majd professzora lett, ahol 1940-ig működött. Közben megnősült, elvette a francia–svájci Stella Vera Webert. Stella élete végéig társa volt, gondozta könyveit, majd néhány év múlva maga is elhunyt. 1939-ben már kitört a II. világháború, és a fasiszmus olyan félelmetes, sötét légkört teremtett Európában, hogy jobbnak látta 1940-ben a Californiai Stanford Egyetemen folytatni működését, amit 1954-es nyugdíjazása sem szakított meg, csupán 1985. szeptember 7-én bekövetkezett halála. Pontosan 1 hónappal élte túl a nála 8 évvel fiatalabb Szegő Gábort. Felsorolhatnám, hány egyetemnek volt díszdoktora, hány akadémiának – köztük az MTA-nak – tiszteleti tagja, de 70 év alatt megjelent 250 cikke olyan fényben ragyog a mai matematikában, hogy nincs szükség elismerésre, kitüntetésre hivatkozni. Műveit 4 vaskos kötetben adták ki, aminek megjelenését élete utolsó két évében türelmetlenül várta, és meg is érte.

Tudományos munkásságának még vázlatos ismertetésére sem vállalkozom, még mogyoróhéjban sem. Maradandót alkotott a kombinatorika, valószínűségszámítás, számelmélet, valós és komplex változós függvénytan, integrálegyenlet-lenségek, differenciálegyenletek, ortogonális rendszerek, a geometria számos ágában és az elméleti fizika sok kérdéskörében.

A cikk elején említettem a híres Pólya–Szegő (1924) könyvet, amely gondolkodásra és önálló kutatásra ösztönöz; benne egymásra épülő problémák sorozatában tárul elénk az anyag. A bevezetésben 23 német, svájci, svéd és 9 magyar matematikusnak mondanak köszönetet közreműködésükért, köztük volt professzoruknak, a budapesti egyetem 1959-ben elhunyt világhírű matematikusának, Fejér Lipótnak.

E könyvükben írják, hogy egy gondolat, amit egy ízben alkalmaznak, az egy *mesterfogás*. Ha ezt másodszor is felhasználják, *módszerré* válik.

Nálunk is megjelent „Matematikai módszerek a természettudományban” c. műve (Gondolat, 1984). Ennek bevezetésében írja: „egyetlen oktatási módszer sincs, amely „a” módszer volna; ahány jó tanár, annyi jó módszer”.

„A problémamegoldás iskolája” című könyve nálunk 1966-ban, „A gondolkodás iskolája” című 1977-ben jelent meg. E könyvek igen elterjedtek hazánkban is, s egyikük különböző nyelveken olyan példányszámban jelent meg, ami tekintetben a világ első 10 könyve közé sorolja (szóbeli közlése).

Írásai kifogyhatatlanok a szellemes megjegyzésekben, s a vele való beszélgetés is mindig érdekes és tanulságos volt. Pedagógus lélek volt, áradt belőle a humor, de nem volt megalkuvó, simulékony ember: szerette az őszinte szót, s maga is használta: kritizált, vitatkozott. Ez tette rendkívül vonzóvá.

Emlékének legméltóbban áldozunk, ha egy ici-picit a matematika felé fordulunk.

„Hányféleképpen válthatunk fel egy egyfrankos pénzérmét, ha az aprópénzek 1, 2, 5, 10, 20 és 50 filléresek. (1 frank = 100 fillér.)” Ez a Pólya–Szegő könyv első feladata; a „frank” nyilván a svájci tartózkodásra utal. Ezen

a példáján 1929 szeptemberében az akkor Eötvösről elnevezett versenyen három és fél órát dolgoztam, mint versenyen kívül induló (még nem volt érettségi bizonyítványom). A megoldás $4562 = A_{100}$. A jelölés mutatja, hogy általánosabb feladat speciális esetével van dolgunk. Nem folytatom: a hatványsorokkal való számolás címén a matematika egyik nagyszabású eszközét, az ún. generátorfüggvény-módszert ismerjük itt meg, amely kifogyhatatlan az elméleti és gyakorlati alkalmazásokban. Pl. az egyszerű relációból:

$$(1+z)^n(1+z)^m = (1+z)^{n+m} \quad n > 0, m > 0 \text{ egészek}$$

vagy az

$$(1+z)^{2n}(1-z)^{2n} = (1-z^2)^{2n}$$

összefüggésből egész sereg azonosságot bizonyíthatunk be; így azt, hogy

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$$

és még mi mindent!

Mikor Pólya György az általuk írandó könyvről tett említést, megszólaltam: nekem is van egy feladatom, az 1950-es évek elején tűztük ki versenyfeladatul, de azóta is csak egyetlen megoldás ismeretes rá. Mondjam el, bíztatott. Míg 1979-es látogatásomkor még gyalog kísért az 1 km-re eső buszmegállóhoz, most 1983-ban már egyensúlyzavarral küzdött, és operált szeme miatt csak vetítőkészülékkel tudott olvasni, írni. Így átmentünk a másik szobába, és elmondtam a példát: az ABC háromszög AB , BC és CA oldalán vegyük fel rendre az A_1 , B_1 , C_1 pontokat, amelyek $\lambda : (1-\lambda)$ ($\frac{1}{2} \leq \lambda \leq 1$) arányban osztják az oldalakat, azaz $AA_1 : A_1B = \lambda : (1-\lambda)$ stb. Jelöljük az $A_1B_1C_1$ háromszög területét $k(\lambda)$ -val. Bizonyítsuk be, hogy $k(\lambda) \leq \lambda \cdot k$, ahol $k = k(1)$ az eredeti háromszög területe. – Mikor ideértem, folytatni akartam a megoldás közlésével. Félbeszakított: azt majd bízd rám. – Ma sem tudom, megoldotta-e a feladatot; a tervezett „könyvük” csupán egy cikk lett, igen elemi fokon. Mikor ezt a „kalandomat” itthon a tanszéken elmondtam, kollégám, Móri Tamás adjunktus talált egy második megoldást a feladatra. – Az én megoldásomat meg lehet találni a versenyirodalomban, de inkább ajánlom mindkettőt önálló megoldásra. Mi hasonlót lehet konvex négyszögre állítani, ha még az átlókat is szerepeltetjük az egyenlőtlenségben?

Pólya György 108 éve született. Földi maradványait 10 éve hantolták el: de már sokkal régebben lett halhatatlan.

Dr. Vincze István