Az 1993/94-es tanévben is meghirdette a BJMT Megyei Tagozata és a Megyei Pedagógiai Intézet több éves hagyományokkal rendelkező versenyét, amelynek lebonyolítását idén a kiskőrösi Petőfi Sándor Gimnázium és Kertészeti Szakközépiskola matematika munkaközössége vállalta.

Az első fordulón közel 1500 gimnazista és szakközépiskolás tanuló vett részt. A második fordulóra 1993. november 20-án került sor, amelyre 193 tanuló jutott be. Az évfolyamonként kitűzött feladatsorok megoldására 3 óra állt rendelkezésre.

A verseny feladatai
I. osztály

1. Az A faluból a B faluba vezető út egy emelkedőből, egy vízszintes szakaszból és egy ereszkedőből áll. Egy kerékpáros az utat oda-vissza 3 óra alatt teszi meg úgy, hogy felfelé 12 km/óra, vízszintesen 16 km/óra, lefelé pedig 24 km/óra sebességgel halad. Mennyi a két falu távolsága?

2. Egy r sugarú hengert egy szórópisztollyal festenek. A szórópisztoly egy, a henger tengelyétől $2r$ távolságra levő, a tengellyel párhuzamos sín mentén csúsztatható. A hengerpalást hányadrészét lehet a sín áthelyezése nélkül befesteni?

3. Egy kör alakú asztalnál mindenki a szomszédait és csak a szomszédait ismeri. Hány tagú a társaság, ha a létszám az egy ember számára ismeretlen tagok számának egész számú többszöröse?

4. Oldjuk meg az

$$[x] \geq |x-3| + |x-5|$$

egyenlőtlenséget, ahol x valós szám, és $[x]$ azt a legnagyobb egész számot jelöli, amely x-nél nem nagyobb.

5. Szerkesszünk háromszöget, ha adott egy oldala, a vele szemközti szöge, és tudjuk, hogy az adott szög szögfelezője az adott oldallal 45°-os szöget zár be?

6. Mi az $A = 1! + 2! + \cdots + 1993!$ szám utolsó három jegye? (A $k!$ szimbólum az első k pozitív egész szám szorzatát jelöli, azaz $1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot k = k!$).

II. osztály

1. Négy játékos megegyezik abban, hogy minden játék után a vesztes megkétszerezi a másik három játékos pénzét. Összesen négy játékot játszanak, minden játékos egy játékot vesztett. A négy játék végén minden játékosnak 200 forintja volt. Hány forintja volt az egyes játékosoknak a játék kezdetén?

2. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget:

$$|2 - |1 - x|| \geq 1$$

3. Az $ABCDEFGH$ téglatest testátlói az I pontban metszik egymást. (Az A pont fölött E, B fölött F, C fölött G és D fölött H pont helyezkedik el.) A BIG háromszög kerülete 8 egység, a BHG háromszög kerülete 12 egység. Mekkora a BG szakasz?

4. A pozitív valós számok halmazán oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{gathered} x_1 + \frac{1}{x_2} = 2 \\ x_2 + \frac{1}{x_3} = 2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_{100} + \frac{1}{x_1} = 2. \end{gathered}$$

5. Hozza rövidebb alakra a következő összegeet:

$$S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{1992}+\sqrt{1993}}$$

6. Az ABC háromszögben $BC > AC$. Az AB oldal felezőpontja legyen D. Tekintsük az ADC, ill. DBC háromszögekbe írható köröket. Ezek a CD szakaszt az F, ill. E pontban érintik. Állítás: $BC - AC = 2EF$.

III. osztály

1. Egy földterület szélén van egy 100 m hosszú kőfal. Van 360 m hosszú kerítésdrótunk. A kőfalat is felhasználva a lehető legnagyobb téglalap alakú telket akarjuk elkeríteni. Hogyan kell megválasztani a telek méreteit, és mekkora az elkerített földterület?

2. Oldjuk meg a következő egyenletet

$$3^x = |12 - x| - |x - 3|$$

3. Az ABC derékszögű háromszög derékszögű csúcsa B. Az AC oldalt az A pontból számítva a D, E, F, G pontokkal öt egyenlő részre osztjuk. A k szám kielégíti a $BD^2 + BG^2 = k \cdot AC^2$ összefüggést. Határozzuk meg a k értékét!

4. Hányféleképpen lehet egy 12 fokból álló lépcső tetejére feljutni, ha egyszerre 1 vagy 2 fokot léphetünk?

5. Igazolja, hogy bármely háromszögben teljesül:

$$s_a^2 = \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{2} - \frac{a^2}{4},$$

ahol s_a az a oldalhoz tartozó súlyvonalat jelenti.

6. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenséget:

$$\log_{\frac{25-x^2}{16}} \left(\frac{24 - 2x - x^2}{14} \right) > 1.$$

IV. osztály

1. Egy homogén sűrűségű kockából a lehető legnagyobb gömböt esztergáljuk ki. A hulladék 91,09 kg. Mekkora a gömb tömege?

2. $2025 = (20 + 25)^2$. Van-e még olyan négyjegyű szám, amely hasonló tulajdonságú?

3. Jelölje $a; b; c$ egy háromszög oldalait, ϱ a beírható kör sugarát $\varrho_a; \varrho_b; \varrho_c$ pedig rendre a hozzáírt körök sugarait, r a köré írt kör sugarát, s végül t a területét. Bizonyítsuk be, hogy

$$a^2 b^2 c^2 = 16 r^2 \varrho_a \varrho_b \varrho_c \varrho.$$

4. Bizonyítsuk be, hogy egy konvex négyszög oldalai fölé kifelé rajzolt négyzetek középpontjai egy olyan négyszög csúcsai, amelynek átlói egyenlő hosszúak.

Lehet-e még valamit mondani a fenti négyzetközéppontok adta négyszögről?

5. Egy 8×8-as sakktáblára felteszünk 7 egyforma figurát. Ezután a következőt játsszuk. Minden lépésben mindazokra a mezőkre egy-egy újabb figurát teszünk, amelyeknek legalább két szomszédos mezőjén (szomszédosnak akkor nevezzünk két mezőt, ha van közös élük) van már figura. Ahol már van figura, ahhoz nem nyúlunk. Vajon előfordulhat-e, hogy így minden mezőn lesz figura?

A versenyen a legjobb eredményt elért tanulók:

I. évfolyam:		Felkészítő tanár:
Illyés Gábor	III. Béla Gimn., Baja	(Sipos János)
Magyar Anita	ÁFEOSZ, Kecskemét	(Gadányi Csabáné)
II. évfolyam:		
Szabó Annamária	Bolyai J. Gimn., Kecskemét	(Varga József, Pap-Szigeti Róbert)
Lestyán Zsolt	Katona J. Gimn., Kecskemét	(Laboda Imre)
Váczi Nóra	Katona J. Gimn., Kecskemét	(Laboda Imre)
Hegyi Sándor	ÁFEOSZ, Kecskemét	(Gadányi Csabáné)
III. évfolyam:		
Kéri Csaba	Kecskeméti Reform. Gimn.	(Dr. Sárkány Ernő)
Pusztai Gábor	III. Béla Gimn., Baja	(Steingartné Molnár Mária)
Novák András	Kada Elek SZKI., Kecskemét	(Szenesné Durucz Anna)
IV. évfolyam:		
Balogh János	Bolyai J. G., Kecskemét	(Vincze Zoltán Bársony István)
Huncsik Péter	Piarista Gimn., Kecskemét	(Fazekas József)
Jeszenszki Éva	Kodály Z. Gimn., Kecskemét	(Benedek József)
Járvás Marcell	Kandó K. SZKI., Kecskemét	(Sibalin Istvánné)

Kiskőrös, 1994. január

Kelemen Ildikó
tanár

Rideg László
tanár