

1. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\frac{2}{x^2 - 9} = \frac{1}{x^2 - 3x} - \frac{x - 6}{x^2 + 3x}$$

egyenletet!

2. Egy téglalap rövidebb oldalának, a hosszabb oldalának és átlójának hossza — ebben a sorrendben — egy mértani sorozat egymást követő elemei. Mekkora a mértani sorozat hányadosa? Számítsa ki az átlóknak az oldalakkal bezárt szögeit!

3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

$$a) \sqrt{(\sqrt{x})^{\lg x^2}} = 100; \quad b) 10^{2x+3} = 2^{x+6} \cdot 125^x.$$

4. Egy számtani sorozat második és negyedik eleme négyzetének kétszerese az első és harmadik elem négyzetének összege. A sorozat első négy elemének összege 20. Számítsa ki a sorozat első négy elemét!

5. Az ABCD téglalap két szomszédos csúcsa $A(2; 0)$, $D(-1; 1)$, és tudjuk, hogy $3 \cdot AD = AB$. Mekkora szakaszokat metsz ki az x -, illetve az y -tengelyből a téglalap köré írt kör?

6. Egységsugarú körben két egymásra merőleges húr úgy metszi egymást, hogy az egyik húron keletkezett szakaszok aránya $2 : 3$, a másikon pedig $3 : 8$. Számítsa ki annak a négy körívnek a hosszát, amelyre ezek a húrok a körvonalat feldarabolják!

7. Egy olyan téglatest alakú dobozt akarunk készíteni, amelynek alapja 4 területegység, 12 élének összhossza pedig 40 egység. Hogyan kell a téglatest méreteit megváltoztatni ahhoz, hogy a felszíne maximális legyen? Mekkora ez a maximális felszín?

8. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletet!

$$\log_2 \left(\cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) = \frac{2}{y^2 - 4y + 6}.$$

Rábai Imre