

1. Az $ABCD$ szimmetrikus trapéz középvonala 8, magassága 4 egység.

a) Számítsa ki a trapéz területét!

b) Számítsa ki a trapéz kerületét és a köré írt kör sugarát, ha az AC átló merőleges a BC szára!

2. A k paraméter milyen értékei mellett van az

$$x^2 - 2(3k + 2)x + k^2 + 11k - 102 = 0$$

másodfokú egyenletnek két különböző valós gyöke?

3. Oldja meg a $0 \leq x \leq 2\pi$ intervallumon a

$$\sin 2x + |\sin x| + \sin \frac{11\pi}{2} = \cos 2x - 2 \cos^2 x$$

egyenletet!

4. Mely valós számokra teljesül a következő egyenlőtlenség?

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x+2} < 1 + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{9-x^2}.$$

5. Állapítsa meg, hogy az alábbi kifejezések a változók mely értékeinél veszik fel a legnagyobb értéküket, és számítsa ki ezt a legnagyobb értéket!

a) $\frac{16}{2^{x+2} + 2^{-x}}$; b) $-x^4 + 8x^2 - 12 - (1 + x + \log_2 y)^2$.

6. Bizonyítsa be, hogy ha egy háromszög szögei α , β , γ és $\frac{\sin \gamma}{\cos \beta} + \frac{\sin \beta}{\cos \gamma} = 2 \sin \alpha$, akkor a háromszög derékszögű!

7. A k kör érinti az x tengelyt és a $3x - 4y + 45 = 0$ egyenletű e egyenest; a k kör és az e egyenes közös pontjának ordinátája 9. Írja fel a kör egyenletét!

8. Igazolja, hogy ha n pozitív egész szám, akkor

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + \dots + n \cdot (n+1) \cdot (2n+1) = \frac{1}{2}n \cdot (n+1)^2 \cdot (n+2).$$