1. A Pitagorasz-tétel, a magasságtétel és a befogótétel alkalmazásával $p^2 = 6,5^2 - 6^2$; $p = 2,5$; $6^2 = 2,5q$; $q = 14,4$; $c = p + q = 16,9$ és $b^2 = 14,4 \cdot 16,9$; $b = 15,6$ egység, ahol p, illetve q a befogók merőleges vetülete a c átfogón, b pedig a másik befogó.

2. Legyen $BC = a$ és $AC = b$, ahol most $b > a > 1$ (miért?). A szinusztétel alkalmazásával $a = \sqrt{\frac{2}{3}}b$, a koszinusztétel alkalmazásával $a^2 = 1 + b^2 - b\sqrt{2}$, így a feltételeknek megfelelően $a = \sqrt{3}+1,\ b = \sqrt{\frac{3}{2}}(\sqrt{3}+1)$ egység.

3. Legyen az első négy szám $a - 3t,\ a - t,\ a + t,\ a + 3t$, ahol a sorozat különbsége $d = 2t$. A feltételek szerint $4a = -36$ és $a^2 - t^2 = 72$, ahonnan $a = -9,\ t^2 = 9,\ t_1 = -3,\ t_2 = 3$.

Ha $t = -3$, akkor az első négy szám $0, -6, -12, -18$, így az ötödik -27, ha $t = 3$, akkor az első négy szám $-18, -12, -6, 0$, így az ötödik szám is 0. (Most $q = 0$, így -6 a mértani sorozat első eleme, így a sorozat minden további eleme 0.)

4. Az e egyenes egy pontjának koordinátái: $x = t, y = t + 1,\ t \in \mathbf{R}$, az f egyenes egy pontjának koordinátái $x = 11 - 2p,\ y = p,\ p \in \mathbf{R}$. Olyan t (és p) értékeket keresünk, amelyekre a feltétel teljesül, azaz

$$\frac{t + 2(11 - 2p)}{3} = 4 \quad \text{és} \quad \frac{t + 1 + 2p}{3} = 1, \quad \text{ahonnan} \quad t = -2,\ (p = 2).$$

Az $E(-2, -1)$ pont is rajta van a keresett egyenesen, tehát ennek egyenlete:
$x - 3y = 1$.

5. Ha $p < 0$, akkor az egyenletnek nincs megoldása. Ha $p = 0$, akkor
$\log_2 x = 0$, vagy $\log_2 x = 4$, így $x_1 = 1$, $x_2 = 16$. Ha $p > 0$, akkor

$$(\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + p^2 = 0. \tag{1}$$

Az (1) egyenlet diszkriminánsa $D = 16 - 4p^2$.

Ha $D < 0$, azaz ha $p > 2$, akkor az adott egyenletnek nincs megoldása;

ha $D = 0$, azaz $p = 2$, akkor egyetlen megoldás van, $\log_2 x = 2$, $x_3 = 4$;

ha $D > 0$, azaz $0 < p < 2$, akkor két megoldás van, $x_4 = 2^{2+\sqrt{4-p^2}}$, $x_5 = 2^{2-\sqrt{4-p^2}}$.

6. A bal oldalnak akkor van értelme, ha $1 - x \geqslant 0$ és $1 \neq \sqrt{1-x}$, azaz $x \leqslant 1$ és $x \neq 0$.
Érdemes új változót bevezetni. Legyen $\sqrt{1-x} = y(\geqslant 0)$, ekkor $x = 1 - y^2$, tehát

$$\frac{((1-y)(1+y))^2}{(1-y)^2} < 9 - (1 - y^2),$$
$$y^2 + 2y + 1 < 8 + y^2, \quad y < \frac{7}{2}, \quad \sqrt{1-x} < \frac{7}{2}.$$

A feltételeket figyelembe véve adódik a megoldás: $-\frac{45}{4} < x < 0$ vagy $0 < x \leqslant 1$.

7. A következő ismert azonosságokat alkalmazhatjuk:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \quad \cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}, \quad \cos(\pi - x) = -\cos x,$$
$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y, \quad \cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$$

Ezek alkalmazásával

$$\begin{aligned}
&\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = \\
=&\frac{1+\cos 2\alpha}{2} + \frac{1+\cos 2\beta}{2} + \cos^2(\alpha+\beta) - 2\cos\alpha\cos\beta\cos(\alpha+\beta) = \\
=&1 + \frac{1}{2}(2\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta) + (\cos(\alpha+\beta))(\cos(\alpha+\beta) - 2\cos\alpha\cos\beta) = \\
=&1 + \cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta) = 1.
\end{aligned}$$

8. Az egyenlet

$$(2k-1)n(x^2 + (k-n-4)x - 2(k-n-2)) = 1$$

alakban írható. Mivel k, n és x is egész, ezért $|2k-1| = 1$, és $|n| = 1$ kell, hogy teljesüljön, azaz $k = 1$ vagy $k = 0$, illetve $n = 1$ vagy $n = -1$.
Ha $k = 1$ és $n = 1$, akkor $x^2 - 4x + 3 = 0$, $x_1 = 1$ vagy $x_2 = 3$;
ha $k = 1$, $n = -1$, akkor $x^2 - 2x + 1 = 0$, $x_1 = x_2 = 1$.
Ha $k = 0$ és $n = 1$ vagy $n = -1$, akkor x nem egész.