

1. Milyen $x \in R$ számokra teljesül, hogy

a) $(x + 1)\sqrt{4 - x^2} \leq 0$,

b) $\cos x \geq 2 \cos \frac{x}{2} + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6}$,

c) $(3^{x-1})^x \leq \sqrt{5}^{\sin(1993\pi)} - \log_{1/\sqrt{2}} 16$.

2. Egy r sugarú körhöz szelőket húztunk egy, a körön kívüli pontból: egyet a kör középpontján át, egy másikat pedig attól $\frac{r}{2}$ távolságra. Mekkora a kör azon részének kerülete és területe, amelyet a két szelőnek a körbe eső szakaszai és a közöttük lévő kőrívek határolnak?

3. Egy nem állandó számtani sorozat első és második, második és harmadik, illetve harmadik és első tagjának szorzata – ebben a sorrendben – egy mértani sorozat három, egymás utáni eleme. Mekkora a mértani sorozat hányadosa?

4. Az ABC szabályos háromszög síkjának P pontjáról tudjuk, hogy $PA = PB = 2\sqrt{13}$ és $PC = 2\sqrt{3}$. Mekkora a háromszög területe?

5. Egy szimmetrikus érintőnégyyszög két oldala a $3x - 4y + 24 = 0$ és az $y = \frac{3}{4}x - 4$ egyenletű egyenesekre, míg két csúcsa az y tengelyre illeszkedik. Milyen négyszögről van szó; és mekkorák továbbá, az első síknegyedbe eső csúcsainak koordinátái?

6. A $p \in R$ paraméter mely értékeire ekvivalensek a

(1)
$$\sin 2x + p = \sin x + 2p \cos x$$

és a

(2)
$$2 \cos 2x + p^2 = 5p \cos x - 2 \quad \text{egyenletek?}$$

7. Egy kör alapú egyenes csonkakúpnak legfeljebb hányad részét töltheti ki a csonkakúpba írható – vagyis az alaplapokat és a palástot egyaránt érintő – gömb?

8. Mely $(x, y) \in R \times R$ számpárokra igaz, hogy

$$5x^2 + 8xy + 4y^2 = 4 + 4x \quad \text{és} \quad \cos^2(\pi x) - \sin^2(\pi y) = 1?$$