

1. Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

(a) $(2x^2 - x - 1)(x^2 - 1) = 0;$

(b) $(2x^2 - x - 1)^2 + (x^2 - 1)^2 = 0.$

2. Igazolja az

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$$

azonosságot! Milyen α valós számokra igaz az azonosság?

3. Oldja meg az $x^{\log_3 x} = 9x$ egyenletet a valós számok halmazán!

4. Egy háromszög két oldala 3, illetve 4 egység, területe $3\sqrt{2}$ területegység. Számítsa ki a háromszög harmadik oldalát!

5. Az ABC háromszög magasságpontja az origóba esik, $C(0; -7)$. Számítsa ki a hiányzó csúcsok koordinátáit és a háromszög területét, ha az AB oldal átmegy a $P(0, 9)$ ponton és hossza a lehető legrövidebb!

6. Az $ABCD$ téglalap AB oldala kétszerese az AD oldalnak. A sík egy P pontjának az A, B és D csúcsoktól való távolsága rendre $PA = 2, PB = 4, PD = 3$ egység. Számítsa ki a téglalap területét! Hová esik a D pont?

7. Határozza meg a p paraméter értékét úgy, hogy a

$$p(x) = -x^2 + 4px - 4p^2 + 2p + 2$$

polinom legnagyobb értéke a $[0, 3]$ intervallumban -2 legyen!

8. Két pozitív egész szám különbsége k . Ha a kisebbik szám 4-szereséhez hozzáadjuk a nagyobbik 3-szorosát, akkor 84-et kapunk. A k szám mely értékei esetén van megoldása a feladatnak, és mik a megoldások?