

Az ezévi Matematikai Diákolimpiát július 10 és 21 között Oroszország rendezte meg Moszkvában. A versenyen 64 ország 351 diákja vett részt, országonként 6–6 tanulóval, az ettől eltérő csapatlétszámokat zárójelben közöljük.

Résztvevő országok:

Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán* (1), Belgium, Brazília, Bulgária, Ciprus, Csehszlovákia, Dánia (5), Dél-Afrika, Dél-Korea, Észak-Korea, Észtország* (4), Fehéroroszország* (3), Finnország, Franciaország, Független Államok Közössége, Fülöp-szigetek (4), Görögország, Hollandia, Hongkong, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland (3), Izrael, Japán, Jugoszlávia, Kanada, Kazahsztán*, Kína, Kolumbia, Kuba (3), Lengyelország, Lettország* (2), Litvánia* (3), Magyarország, Makaó, Marokkó, Mexikó, Mongólia, Nagy-Britannia, Németország, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország* (4), Portugália, Románia, Spanyolország, Svájc (3), Svédország, Szingapúr, Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Tunézia (4), Új-Zéland, Ukrajna*, USA, Vietnam.

A csillaggal megjelölt országok nem hivatalosan vettek részt; versenyzőiket nem díjazták, és a részvételük általában önköltséges volt.

A magyar csapat tagjai több válogatóverseny alapján a következők voltak:

<i>Faragó Gergely III. o.</i>	<i>Pór Attila IV. o.</i>
<i>Kálmán Tamás III. o.</i>	<i>Szendrői Balázs IV. o.</i>
<i>Lakos Gyula IV. o.</i>	<i>Ujváry-Menyhárt Zoltán IV. o.</i>

valamennyien a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium tanulói.

A szokásoknak megfelelően a verseny két napján a versenyzők 6 feladatot oldottak meg.

1. *Határozzuk meg az összes olyan a, b, c egész számot, amelyekre $1 < a < b < c$ és $(a-1)(b-1)(c-1)$ osztója $(abc-1)$ -nek.*

2. *Jelölje $\mathbb{R}$ a valós számok halmazát. Határozzuk meg az összes olyan $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amelyre*

$$f(x^2 + f(y)) = y + (f(x))^2$$

teljesül $\mathbb{R}$ minden x, y elemére.

3. *Tekintsünk 9 pontot a térben, amelyekből semelyik négy nem fekszik egy síkban. Mindegyik pontpárt összekötjük egy éllel (vagyis egy egyenes szakasszal), és mindegyik ilyen élet kiszínezzük pirosra vagy kékre, vagy pedig kiszínezetlenül hagyjuk. Határozzuk meg a legkisebb olyan n értéket, amelyre igaz, hogy valahányszor a kiszínezett élek száma pontosan n , mindig teljesül, hogy a kiszínezett élek halmaza szükségképpen tartalmaz egy olyan háromszöget, amelynek mindegyik éle ugyanolyan színű.*

4. *Adott a síkban egy C kör, a C kör egy l érintőegyenese, és l -nek egy M pontja. Határozzuk meg azon P pontok halmazát, amelyekre teljesül a következő feltétel:*

Létezik l -en két pont: Q és R úgy, hogy M a QR szakasz felezőpontja, és C a PQR háromszög beírt köre.

5. *Legyen S a háromdimenziós tér pontjainak egy véges részhalmaza. Jelölje S_x, S_y , illetve S_z rendre az S pontjainak az yz -, xz -, xy -síkokra vett ortogonális vetületeiből álló halmazokat. Bizonyítsuk be, hogy*

$$|S|^2 \leq |S_x| |S_y| |S_z|,$$

ahol $|A|$ a véges A halmaz elemeinek számát jelöli.

Megjegyzés.

Egy pontnak egy síkra való ortogonális vetületén a pontból a síkra bocsátott merőlegesnek a talppontját értjük.

6. *Ha n egy pozitív egész szám, jelölje $S(n)$ a legnagyobb olyan egész számot, amelyre igaz az, hogy minden pozitív egész k -ra, amelyre $k \leq S(n)$, n^2 felírható k darab pozitív négyzetszám összegeként.*

(a) Bizonyítsuk be, hogy $S(n) \leq n^2 - 14$ minden $n \geq 4$ -re.

(b) Adjunk meg egy olyan n egész számot, amelyre $S(n) = n^2 - 14$.

(c) Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok olyan n egész szám van, amelyre $S(n) = n^2 - 14$.

A verseny feladatait igen jól készítették elő; összességükben kissé nehéznek bizonyultak, hiszen a diákoknak csak 7,4%-a teljesített 75%-on felül, és 50% feletti teljesítményt is csak 27,1%-uk ért el. A résztvevők 33,9%-ának a teljesítménye 20% alatt maradt, ez azt is mutatja, hogy a mezőny első harmadát jelentő élmezőny és az utolsó harmad között igen nagy a különbség.

A verseny zsűrije a kétnapos (3–3 feladatos) versenyen elérhető $6 \times 7 = 42$ pontból a legalább 32 pontot elérteknek ítélte I. díjat (26 versenyző); a 31–24 pont közötti eredmény II. díjat (56 versenyző), a 14–23 pont közötti pedig III. díjat jelentett.

A legtöbb pontot elért 10 ország:

1. Kína 240; 2. USA 181, 3. Románia 177, 4. FÁK 176, 5. Nagy-Britannia 168, 6. Oroszország 158, 7. Németország 155, 8–9. Magyarország és Japán 142, 10. Franciaország 139.

A magyar diákok ebben az igen erős mezőnyben is megőrizték azt a helyet, amit az utóbbi években elértek; különösen értékelhetjük ezt, ha figyelembe vesszük, hogy számos nagy lehetőséggel rendelkező országot sikerült megelőznünk, és Oroszország ebben az évben két csapatot is indíthatott.

Pór Attila	(32 ponttal)	}	I. díjat
Ujváry-Menyhárt Zoltán	(30 ponttal)		}
Szendrői Balázs	(25 ponttal)		
Lakos Gyula	(24 ponttal)		
Faragó Gergely	(20 ponttal)		III. díjat kapott.

Az egyes résztvevő országok státusza sok vitára adott okot, de elfogadott nemzetközi egyezmények hiányában a rendező országnak jelenleg lehetősége van arra, hogy kiválassza a meghívottakat, és meghatározza azok státuszát. Így történhetett meg pl., hogy a Balti Államok csak „fizető vendégként” versenyezhettek (összesen 9 emberre futotta a pénzük), míg Szerbia csapata Jugoszlávia néven meghívottként vett részt.

A csapatokat Moszkvában jó körülmények között helyezték el, és ellátásuk is kielégítő volt.

A versenyzők számára több moszkvai és környékbeli kirándulást szerveztek.

Kétségtelenül dicsérendő törekvés volt, hogy Oroszország jelenlegi helyzetében is vállalkozott egy nagy tömeget mozgató rendezvény megszervezésére. A matematikai jellegű előkészítés és a feladatok megoldásának az ellenőrzése (koordináció) egyetlen komolyabb hiba kivételével mintaszerű volt; a koordinációban mintegy negyven, különböző nyelveket tudó matematikus vett részt. Az írásbeli versenyek, a zsűri üléseinek, és a versenyeket övező rendezvényeknek a lebonyolítása azonban már sokszor tette próbára – és olykor meg is haladta – a szervezők erejét.

A magyar küldöttséget Pelikán József vezette, helyettese Reiman István, a csapat felkészítője volt. A következő Olimpia rendezését Törökország vállalta.