1. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

a) $\cos|x| = |\cos x|$,

b) $\lg|x| = |\log x|$,

c) $\dfrac{\sin(-x)}{\sin x} = -1$.

2. Indokoljuk, miért igaz:

$$\sin 16^\circ + \sin 28^\circ + \sin 62^\circ + \sin 74^\circ = \sqrt{2}\sin 61^\circ + \sqrt{2}\sin 73^\circ.$$

3. Az ABC háromszög AB oldalával párhuzamos középvonalának egyenlete $k: \; x - 2y + 6 = 0$, súlypontja $S(5/3; 4/3)$, a C csúcsa $(-1; 10)$, egy további csúcs az x tengelyen van. Határozzuk meg a hiányzó csúcsok koordinátáit.

4. Igazoljuk, hogy

$$\frac{1}{p \cdot q} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2},$$

ahol a és b egy derékszögű háromszög befogója, p és q a két befogó átfogóra eső merőleges vetülete.

5. Az ABC háromszög oldalaira egy-egy hasonló síkidomot rajzoltunk, amelyeknek t_a, t_b, és t_c a területe. Igazoljuk, hogy $t_b + t_c - t_a = 2 \cdot \sqrt{t_b \cdot t_c} \cdot \cos\alpha$, ahol α a háromszög t_a-val szemközti belső szöge.

6. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$x + y = 1,$$
$$x^5 + y^5 = 2.$$

7. Egy csúcsán álló kúpot (alaplap sugara r, magassága m) meddig töltsünk meg vízzel, hogy alapjára fordítva a víz magassága a kúp magasságának felével legyen egyenlő?

8. Egy nem állandó számtani sorozat első n elemének összegét osztva az ezekre következő n elem összegével, bármely n-re ugyanazt a hányadost kapjuk.

Mennyi ez a hányados?