

Az 1990–91. tanévi Hajós György Matematikai Tanulmányi Versenyt a Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskola rendezte meg Kecskeméten 1991. június 14-én és 15-én. Az idei, sorrendben tizenhatodik versenyen 15 főiskola egy-egy csapata vett részt összesen 57 versenyzővel.

A hattagú versenybizottság, amelynek elnöke az idén Dr. Reiman Istvánné főiskolai docens volt, a következő feladatokat tűzte ki:

1. Legyen az A 9-cel osztható, 1991 jegyű szám. Az A számjegyeinek összege B , a B számjegyeinek összege C , a C számjegyeinek összege D . Határozzuk meg D értékét!

2. Oldjuk meg az

$$\log_a(x - a) > \log_{\frac{1}{a}}(x + a)$$

egyenlőtlenséget!

3. Az $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ függvényről a következőket tudjuk:

- a) f kétszer deriválható $\mathbf{R}$ -en;
- b) $f''(x) \geq 0$ minden $x \in \mathbf{R}$ -re;
- c) f grafikonját az $(1; f(1))$ pontban érinti a g függvény grafikonja, ahol

$$g(x) = x^2 + 3x + 1.$$

Bizonyítsuk be, hogy minden $x \in \mathbf{R}$ -re $f(x) \geq 5x$.

4. Messe az ABC háromszög BC oldalával párhuzamos egyenes az AB oldal egyenesét D , az AC oldal egyenesét E pontban! Jelöljük M -mel a BC oldal tetszős szerinti belső pontját! Legyen az ABC háromszög területe T , az ADE háromszög területe pedig t . Fejezzük ki az $ADME$ négyszög területét T , t -vel!

5. A sakktábla 64 mezejére sorban felírjuk a számokat 1-től 64-ig (az első sorban balról jobbra 1-től 8-ig, a másodikban 9-től 16-ig stb.). Állítsunk fel ezek után 8 bástyát a táblán úgy, hogy azok ne üssék egymást. (Minden sorban és minden oszlopban egy és csak egy bástya állhat.) Mennyi lehet a bástyák mezején levő számok összege?

Általánosítsuk a feladatot $n \times n$ -es sakktáblára!

A csapat verseny első öt helyezettje:

- 1. Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Budapest
- 2. Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Székesfehérvár
- 3. Pollack Mihály Műszaki Főiskola, Pécs
- 4. Bánki Donát Gépipari Műszaki Főiskola, Budapest
- 5. Kertészeti és Élelmiszeripari Egyetem Élelmiszeripari Főiskolai Kar, Szeged

Az egyéni verseny első öt helyezettje:

- 1. Szűz Attila, KKVMF, Budapest
- 2. Héja Tibor, BDGMF, Budapest
- 3. Sipos Zsolt, YMÉMF, Budapest
- 4. Szalma Gabriella, KÉEEFK, Szeged
- 5. Szűcs István, KKVMF, Székesfehérvár