

1. Az  $ABCDEF$  szabályos hatszögben a  $BC$  oldal felezőpontja  $G$ , a  $DF$  átlóé pedig  $H$ . Bizonyítsuk be, hogy  $AGH$  háromszög szabályos! Mennyi a háromszög és a hatszög területének az aránya?

2. Az  $\overline{abba}$  négyjegyű számról tudjuk, hogy  $27(\overline{ba} - \overline{ab}) + 47 = \overline{abba}$ . Melyik ez a négyjegyű szám?

3. Milyen  $x$ -ekre van értelmezve  $\sqrt{\lg(x^2 + 2x - 15)}$  kifejezés?

4. Adott a koordináta-rendszerben egy pontsorozat:  $A_1(1; 1)$ ,  $A_2(0; 2)$ ,  $A_3(2; 2)$ ,  $A_4(4; 0)$ , továbbá tudjuk, hogy ha  $A_n(a; b)$ , akkor  $A_{n+4}(4a; 4b)$ . Milyen hosszú az  $A_1A_2 \dots A_{101}$  törött vonal?

5. Egy négyzetes oszlop térfogatának és felszínének mérőszáma egyenlő, minden él hossza egész. Adjuk meg az összes ilyen oszlopot!

6. Egy négyszög két-két szögét radiánban mérve összeadjuk, majd az így kapott két értéket összeszorozzuk. Mutassuk meg, hogy ez legfeljebb  $\pi^2$ !

7. Az  $ABC$  háromszögben  $T$  a  $C$ -ből induló magasság talppontja.  $CAQ$  és  $CBP$  olyan derékszögű háromszögek, hogy a derékszögek  $A$ -nál és  $B$ -nél vannak, valamint  $AQ = BT$  és  $BP = AT$ . Bizonyítsuk be, hogy  $CP = CQ$ !

8. Adjuk meg  $p$  paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenletnek ne legyen valós gyöke:

$$\sin^4 x + \cos^4 x = p.$$