1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$\frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}-1}=\frac{x+1}{x-2}.$$

(10 pont)

2. Egy számtani sorozat harmadik eleme az első elem négyzete; az első három elem összege 30. Írja fel a sorozat első három elemét!

(10 pont)

3. Az ABC egyenlő szárú háromszög BC alapja 40 egység, az alaphoz tartozó magasság 15 egység. Az alap F felezőpontjából a szárakra állított merőlegesek talppontjai P és Q. Mekkora az $APFQ$ négyszög kerülete és területe?

(12 pont)

4. Egy rombusz egyik csúcsa az $A(5;8)$ pont, a BD átló egyenesének egyenlete $x-2y+6=0$. A rombusz oldala 5 egység. Határozza meg a többi csúcspont koordinátáit és a rombusz területét!

(13 pont)

5. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{5}{2}; \qquad \log_3(x-y)+\log_3(x+y)=1.$$

(13 pont)

6. Egy szabályos négyoldalú gúla minden éle egyenlő. A gúlába írt kocka alaplapja a gúla alaplapján van, fedőlapjának csúcsai pedig a gúla oldalélein. Hányszorosa a gúla térfogata a kocka térfogatának?

(13 pont)

7. Igazolja, hogy a p valós paraméter tetszőleges értékénél pontosan egy valós gyöke van az alábbi egyenletnek:

$$x|x+2p|=p.$$

(14 pont)

8. Jelölje a, b és c egy háromszög oldalainak hosszát. Bizonyítsa be, hogy

$$\frac{1}{3}\le\frac{a^2+b^2+c^2}{(a+b+c)^2}<\frac{1}{2}.$$

(15 pont)