1. Egy üzem kétféle minőségű alkatrészt gyárt. Az I. osztályú termék gyártásából származik a bevétel 78% -a. Hány százalékkal emelkedik az üzem bevétele, ha az I. osztályú termék termelését 27% -kal, a II. osztályú termék termelését pedig 22%-kal növelik?

(8 pont)

2. Határozza meg az alábbi kifejezések pontos értékét (táblázat és számológép használata nélkül):

(3 pont) $a) \log_3 \left(-\mathrm{tg} \frac{1991\pi}{4} \right) = ?$

(3 pont) $b) 1991 \sqrt{\cos^2 9\pi - 1} = ?$

(5 pont) $c) \log_{2+\sqrt{3}} \left(2 - \sqrt{3} \right) = ?$

3. Egy C középpontú, 3 egységnyi sugarú körnek CA és CB sugarai 120°-os szöget zárnak be egymással. Egy kúpot úgy helyeztünk a kör síkjára, hogy alapköre érinti az AB körívet, valamint a CA és CB szakaszt. A kúp magassága AB hosszúságú.

Határozza meg a kúp térfogatát.

(12 pont)

4. Oldja meg az alábbi egyenletet:

$$8 \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \cos x = 7.$$

(13 pont)

5. Legyen $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_n,\ \ldots$ számtani sorozat. Igazolja, hogy a
$b_n = a_{n+1}^2 - a_n^2$ képlettel értelmezett $b_1,\ b_2,\ b_3,\ \ldots,\ b_n,\ \ldots$ sorozat is számtani sorozat!

(13 pont)

6. Az $ABCD$ deltoid szimmetriatengelye az AC átló, ahol $A(0;0)$ és $C(8;,10)$. A deltoid területe 41 területegység. Az egyik átló az origótól számítva $3:2$ arányban osztja a másikat. Határozza meg a hiányzó csúcspontok koordinátáit!

(13 pont)

7. Mely valós számhármasok elégítik ki az alábbi egyenletrendszert:

$$x + y + z = 2,$$
$$2xy = z^2 + 4.$$

(14 pont)

8. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$\log_{1991}(x-3) + \log_{1992}(x-3) = 3 - \lg(x^2 - 24).$$

(16 pont)