

1. Egy üzem kétféle minőségű alkatrészt gyárt. Az I. osztályú termék gyártásából származik a bevétel 78% -a. Hány százalékkal emelkedik az üzem bevétele, ha az I. osztályú termék termelését 27% -kal, a II. osztályú termék termelését pedig 22%-kal növelik?

(8 pont)

2. Határozza meg az alábbi kifejezések pontos értékét (táblázat és számológép használata nélkül):

(3 pont) $a) \log_3 \left(-\operatorname{tg} \frac{1991\pi}{4} \right) = ?$

(3 pont) $b) 1991 \sqrt{\cos^2 9\pi - 1} = ?$

(5 pont) $c) \log_{2+\sqrt{3}} (2 - \sqrt{3}) = ?$

3. Egy C középpontú, 3 egységnyi sugarú körnek CA és CB sugarai 120° -os szöget zárnak be egymással. Egy kúpot úgy helyeztünk a kör síkjára, hogy alapköre érinti az AB körívet, valamint a CA és CB szakaszt. A kúp magassága AB hosszúságú.

Határozza meg a kúp térfogatát.

(12 pont)

4. Oldja meg az alábbi egyenletet:

$$8 \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \cos x = 7.$$

(13 pont)

5. Legyen $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ számtani sorozat. Igazolja, hogy a $b_n = a_{n+1}^2 - a_n^2$ képlettel értelmezett $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ sorozat is számtani sorozat!

(13 pont)

6. Az $ABCD$ deltoid szimmetriatengelye az AC átló, ahol $A(0; 0)$ és $C(8; 10)$. A deltoid területe 41 területegység. Az egyik átló az origótól számítva 3 : 2 arányban osztja a másikat. Határozza meg a hiányzó csúcspontok koordinátáit!

(13 pont)

7. Mely valós számhármasok elégítik ki az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2, \\ 2xy &= z^2 + 4. \end{aligned}$$

(14 pont)

8. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$\log_{1991}(x-3) + \log_{1992}(x-3) = 3 - \lg(x^2 - 24).$$

(16 pont)