

Az alábbi feladatsor írásbeli érettségi-felvételi sor volt 1990-ben.

1. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 3 és $3\sqrt{3}$ egység. Mekkora a kerülete és a területe annak a körszeletnek, amelyet a háromszög kisebbik befogója a háromszög köré írt körből levág? (A körszelet kisebb a félkörnél.) (10 pont)

2. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\operatorname{ctg} x - \sin(2x) = \operatorname{ctg} x \cdot \cos(2x).$$

(10 pont)

3. Négy testvért életkorukról kérdeznek. A legidősebb ezt mondja: „Születési éveink egy számtani sorozat első négy elemét adják.” A korban utána következő pedig: „15 évvel ezelőtt testvéreim életkora egy mértani sorozat első három elemével volt egyenlő, most pedig életkoruk összege $\frac{11}{4}$ -szerese az enyémnek.” – Számítsa ki a testvérek jelenlegi életkorát. (12 pont)

4. Egy háromszög AB oldala 10, a hozzá tartozó súlyvonal 6, egy másik súlyvonala pedig 9 egység. Mekkora a háromszög AC és BC oldala? (12 pont)

5. Adott az $x^2 + y^2 - 2x - 25 = 0$ egyenletű kör két pontja, $A(-4; -1)$ és $B(6; 1)$; a kör AC és BC húrjai hosszának aránya 3 : 2. Határozza meg a C pont koordinátáit. (13 pont)

6. Egy gömb köré csonka kúpot írunk úgy, hogy a csonka kúp alap- és fedőköre egy-egy pontban, palástja pedig egy körben érinti a gömböt. Mekkora a csonka kúp térfogatának és felszínének a hányadosa, és mekkora az alap- és fedőkör sugarainak a szorzata, ha a gömb sugara 6 egység? (14 pont)

7. A p valós paraméter mely értékeire van megoldása az

$$1 + \frac{x}{x-p} = \frac{2p}{x+p} + \frac{2x^2 - 4x + 9p^2}{x^2 - p^2}$$

egyenletnek? Mely p értékekre lesz az egyenlet gyöke p -nél kisebb? (14 pont)

8. Bizonyítsa be, hogy ha n pozitív egész szám, akkor

a) 81 osztója a $10^n(9n - 1) + 1$,

b) 1990 osztója a $(600^n - 3^n)(n^5 - n)$ kifejezésnek. (15 pont)