Az itt kitűzött feladatok jellegükben hasonlók a felvételiken szereplő feladatokhoz, ezért jó gyakorlási lehetőséget adnak azoknak, akik felvételi vizsgára készülnek. Célszerű a feladatokat időre megoldani. A felvételiken 180 perc a megoldási idő. A feladatok teljes megoldását nem közöljük. A feladatok végeredményét és néhány jó tanácsot, amire a megoldás során ügyelni kell, lapunk legközelebbi számában közlünk.

*

1. Az $ABCD$ trapéz párhuzamos oldalainak hossza $AB = 4$ egység, $DC = 1$ egység, a szárak hossza $AD = 2$ egység, $BC = 3$ egység.

Számítsa ki a trapéz területét!

2. Az ABC háromszögben $AC = 6$ egység, $BC = 4$ egység. Az AC oldallal szemközti szög kétszerese a BC oldallal szemközti szögnek. Számítsa ki az AB oldal *pontos* értékét!

3. Mekkorának kell választani az m valós paraméter értékét ahhoz, hogy a

$$2x^2 - (5m + 10)x + 2(m^2 + m - 6) = 0$$

egyenlet gyökei a $[-4; -3]$ intervallumba essenek?

Van-e ebben az esetben olyan m, amikor az egyenlet két gyöke egyenlő?

4. Határozza meg a valós számoknak azt a legbővebb részhalmazát, amelyen értelmezhetők az alábbi kifejezések:
a) $\lg(1 - 2\sin 2x)$; b) $\lg(1 + \operatorname{tg} 2x)$.

5. Az $ABCD$ téglalap AB oldalegyenesének egy normálvektora $\mathbf{n}(1;\ -3)$, az A csúcsa: $A(2;\ 1)$. Az (A-val szemközti) C csúcs rajta van az $x - y = 1$ egyenletű egyenesen. Számítsa ki a téglalap hiányzó csúcsainak koordinátáit, ha az átlók hossza $5\sqrt{2}$ egység!

6. Oldja meg a következő egyenletrendszert!

$$x^{\log_4 y} + y^{\log_4 x} = 4,$$
$$\log_2 x - \log_2 y = 1.$$

7. A p valós szám értékétől függően hány valós gyöke van a

$$\sqrt{4|x| - x^2} = p$$

egyenletnek?

8. Határozza meg azokat az x, y egész számokból álló számpárokat, amelyekre $xy + 3x - y = 20$.

*

A múlt havi feladatok megoldásának vázlata

1. A BD szakasz hossza 11 egység, ami a koszinusz-tétel kétszeri alkalmazásával számítható ki.

2. $x_1 = 4$, $x_2 = 1$.

3. $\sin x = \pm\sqrt{\dfrac{5}{8}}$, $\sin 3x = \pm\sqrt{\dfrac{5}{32}}$.

4. $5^{x+1} - 5^{2x} > 0$ és $5^{x+1} - 5^{2x} \leq 4$. Az egyenlőtlenség megoldásai: $x \leq 0$ vagy $\log_5 4 \leq x < 1$.

5. A feltételeknek öt sorozat felel meg. Ha $q = 0$, akkor $a_1 = 63$; ha $q = 2$, akkor $a_1 = 3$; ha $q = -2$, akkor $a_1 = 3$; ha $q = \sqrt{2}$, akkor $a_1 = 9$ és ha $q = -\sqrt{2}$, akkor $a_1 = 9$.

6. Az igazolandó egyenlőtlenség a $0 < x < 2$ feltétel mellett a triviálisan teljesülő $5(x-1)^2 \geq 0$ egyenlőtlenséggel ekvivalens. Az egyenlőség $x = 1$ esetén teljesül. Dolgozhatunk két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti egyenlőtlenség alkalmazásával is. Most $\dfrac{x+y}{2} = 1$, így $xy \leq 1$, $\dfrac{x}{y} \geq 1$.

7. A bizonyítás során alkalmazhatjuk azt az ábrát, amelyet a háromszög magasságvonalainak egy pontban való metszése igazolása során készítünk.

8. A feltételeknek négy paralelogramma felel meg.

$$C_1(-8;7),\quad D_1(0;13);\quad C_2(8;-1),\quad D_2(16;5);$$
$$C_3(-16;1),\quad D_3(-8;7);\quad C_4(0;-7),\quad D_4(8;-1).$$

A megoldás során paraméter segítségével dolgozhatunk és alkalmazhatjuk a $P_0(x_0;y_0)$ pontnak az $Ax+By+C=0$ egyenletű egyenestől való távolságát, a

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

képletet.

A távolságot trigonometria alkalmazásával is kiszámíthatjuk.