

A XXX. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 13. és 24. között rendezték az NSZK-beli Braunschweig-ben, Gauss szülővárosában.

A magyar csapat nagyon erős mezőben 50 ország között a 10. helyen végzett. A nemzetek közötti pontversenyt a Kínai Népköztársaság csapata nyerte 237 ponttal.

A magyar csapat tagjai:

**Balogh József** és **Csirik János**, a szegedi Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulói, *Csúri József* és *Tarcsay Tamás tanítványai*;

**Fleiner Tamás** és **Sustik Mátyás**, a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulói, *Laczkó László* és *Kőváry Károly tanítványai*;

**Benczúr Péter**, a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulója, *Thiry Imréné* és *Kardos Gyula tanítványa*;

**Pásztor Gábor**, a miskolci Földes Ferenc Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Szabó Kálmán tanítványa*.

Benczúr Péter 37, Balogh József és Fleiner Tamás 34-34, Pásztor Gábor pedig 30 pontos teljesítménnyel második díjat, Csirik János 23 ponttal harmadik díjat szerzett. Sustik Mátyás 17 ponttal járult hozzá a csapat eredményéhez.

A verseny feladatai a következők voltak: <sup>1</sup>

1. *Bizonyítsuk be, hogy az  $\{1, 2, \dots, 1989\}$  halmaz előáll 117 darab olyan diszjunkt halmaz,  $A_1, A_2, \dots, A_{117}$  egyesítéseként, amelyekre teljesül, hogy*

- a) *mindegyiküknek 17 eleme van, továbbá hogy*
- b) *mindegyikükben ugyanannyi az elemek összege.*

(7 pont)

(Fülöp-szigetek)

2. *A hegyesszögű háromszög  $A$ -ból,  $B$ -ből és  $C$ -ből induló belső szögfelezői rendre az  $A_1, B_1$ , illetve  $C_1$  pontban metszik a háromszög körülírt körét. A  $B$ - és a  $C$ -beli külső szögfelező az  $AA_1$  egyenest az  $A_0$  pontban metszi és hasonlóan kapjuk a  $B_0$  és a  $C_0$  pontokat. Bizonyítsuk be, hogy*

- i) *az  $A_0B_0C_0$  háromszög területe egyenlő az  $AC_1BA_1CB_1$  hatszög területének kétszeresével;*
- ii) *az  $A_0B_0C_0$  háromszög területe legalább négyszer akkora, mint az  $ABC$  háromszög területe.*

(7 pont)

(Ausztrália)

3. *Legyenek  $n$  és  $k$  adott pozitív egész számok,  $S$  pedig olyan  $n$ -elemű síkbeli ponthalmaz, amelyek*

- a) *semelyik három pontja nincs egy egyenesen;*
- b) *az  $S$  halmaz minden  $P$  pontjához található legalább  $k$  darab  $S$ -beli pont, amelyek mind egyenlő távolságra vannak a  $P$  ponttól.*

*Bizonyítsuk be, hogy*

$$k < \frac{1}{2} + \sqrt{2n}.$$

(7 pont)

(Hollandia)

4. *A konvex  $ABCD$  négyszög  $AB$ ,  $BC$  és  $AD$  oldalaira teljesül, hogy  $AB = AD + BC$ . A négyszög belsejében úgy helyezkedik el a  $P$  pont, hogy  $AP = h + AD$  és  $BP = h + BC$ , ahol  $h$  éppen a  $P$  pontnak a  $CD$  egyenestől mért távolsága. Bizonyítsuk be, hogy*

$$\frac{1}{\sqrt{h}} \geq \frac{1}{\sqrt{AD}} + \frac{1}{\sqrt{BC}}.$$

(7 pont)

(Izland)

5. *Bizonyítsuk be, hogy minden pozitív egész  $n$ -hez található  $n$  darab szomszédos pozitív egész szám úgy, hogy egyikük sem egyenlő egy prímszám pozitív egész kitevőjű hatványával.*

(7 pont)

(Svédország)

6. *Az  $1, 2, \dots, 2n-1, 2n$  számok egy  $x_1, x_2, \dots, x_{2n-1}, x_{2n}$  permutációját nevezzük jónak, ha van olyan  $i \in \{1, 2, \dots, 2n-1\}$ , amelyre  $|x_i - x_{i+1}| = n$ .*

*Bizonyítsuk be, hogy minden pozitív egész  $n$ -re az  $1, 2, \dots, 2n-1, 2n$  számok összes permutációjának több, mint a fele jó.*

(7 pont)

(Lengyelország)

<sup>1</sup>A zárójelben a javaslatot tevő ország neve szerepel.