

A verseny három kategóriában folyt le. Az I. kategóriában a szakközépiskolai tanulók versenyeztek. A II. kategóriába tartozott minden III. osztályos tanuló (kivéve a speciális és komplex tantervű osztályokat), továbbá azok a IV. osztályos tanulók, akik fizikából semmiféle fakultáción sem vettek részt. A III. kategóriába tartoztak a fizikából fakultáción részt vevő IV. osztályos tanulók, továbbá a speciális és komplex tantervű III. és IV. osztályos tanulók. A II. és III. kategóriában a feladatok ugyanazok voltak. A verseny első fordulója január 4-én, második fordulója március 9-én, harmadik fordulója április 22-én folyt le.

EBBEN AZ ÉVBEN VALAMENNYI FELADAT DR. NAGY LÁSZLÓTÓL SZÁRMAZOTT, AKI TAVALY HUNYT EL ÉS AKI ÉVEKEN ÁT SOKAT TETT A TANULMÁNYI VERSENYEK SIKERÉÉRT.

Az I. forduló feladatai a II. és III. kategóriában

1. Egy 76 cm hosszú Torricelli-cső helyzete 30° -os, félig tölti meg a higany (1. ábra). A hőmérséklet 0°C . A légköri levegő nyomása 76 cm-es higanyoszlop nyomásával egyenlő.

- Milyen magasan tölti meg a higany a csövet, ha azt függőlegesre állítjuk?
- Ezután hány fokos hőmérsékleten lesz a higany felső szintje 19 cm magasan?

Megoldás. A nyomás mértékéül a higanyoszlop magasságát, a térfogat mértékéül a légoszlop hosszát vehetjük. A Boyle-Mariotte-törvény szerint:

$$(76 - 19) \cdot 38 = (76 - x) \cdot (79 - x),$$

innen $x = 29,46$ cm.

1988-10-321-1.eps

1. ábra

Az általános gáztörvény szerint:

$$\frac{(76 - 19) \cdot (76 - 19)}{T} = \frac{(76 - 29,46) \cdot (76 - 29,46)}{273},$$

innen $T = 1,5 \cdot 273\text{K} = 409,5\text{ K}$, $t = 136,5^\circ\text{C}$.

2. Kondenzátor nagy területű lemezeinek távolsága $d = 3$ cm (2. ábra). A lemezek közötti feszültségkülönbség $U = 60\,000$ volt. Mekkora v sebességgel kell egy $Q = 4 \cdot 10^{-3}$ coulomb töltésű, $m = 5 \cdot 10^{-6}$ kg tömegű apró testet vízszintesen, d lemeztávolság fele magasságában a homogén térbe belőni, hogy az egyik kondenzátorlemez $h = 12$ cm távolságban érje el?

1988-10-321-2.eps

2. ábra

Megoldás. A térerő $E = 60\,000\text{ V}/0,03\text{ m} = 2 \cdot 10^6\text{ V/m} = 2 \cdot 10^6\text{ N/C}$. Az apró testre ható erő $F = QE = 8000$ newton. Az erővonalak irányában létrejövő gyorsulás $a = F/m = 1,6 \cdot 10^9\text{ m/s}^2$. Az erővonalak irányában megteendő távolság $0,015 = 1,6 \cdot 10^9 \cdot t^2/2$. A mozgás ideje innen $t = 4,33 \cdot 10^{-6}\text{ s}$. A vízszintesen megteendő távolság $0,12\text{ m} = v \cdot 4,33 \cdot 10^{-6}\text{ s}$. A keresett sebesség: $v = 27\,714\text{ m/s}$.

3. Az 1 méter hosszú, mindkét végén zárt csőben 0,5 méter hosszú higanyoszlop van (3. ábra). Amikor a cső nyugalomban van, akkor a jobb oldali 0,5 méter hosszú részben 10^5 Pa nyomású levegő van. A higany sűrűsége $13,6\text{ g/cm}^3$.

a) Hol helyezkedik el a higany a csőben, amikor az vízszintes síkban az OO függőleges tengely körül $1,154\text{ s}^{-1}$ fordulatszámmal forog?

b) Vizsgáljuk meg az egyensúlyi helyzet stabilitását!

1988-10-322-1.eps

3.a ábra

1988-10-322-2.eps

3.b ábra

Megoldás. x jelenti a higanyoszlop eltolódását méterben számítva. Az A m² alapterületű, 0,5 m hosszú higanyoszlop tömege $0,5 \cdot A \cdot 13\,600$ kg. Forgáskor a levegő nyomása p Pa, a levegő térfogata $(0,5 - x)A$ m³. $\omega = 2\pi \cdot 1,154 = 7,247$ s⁻¹. A higany közepes távolsága a tengelytől $(x + 0,25)$ méter. A higanyt a körpályára kényszerítő erő:

$$F_1 = 0,5 \cdot A \cdot 13\,600 \cdot \omega^2 \cdot (x + 0,25).$$

Az elzárt levegőre alkalmazva Boyle-Mariotte törvényét:

$$10^5 \cdot 0,5 \cdot A = p(0,5 - x)A.$$

Az elzárt levegő nyomóereje:

$$F_2 = Ap = \frac{0,5 \cdot 10^5 \cdot A}{0,5 - x}.$$

Ha $x = 0$, akkor $F_1 = 89\,280 \cdot A$ kisebb, mint $F_2 = 10^5 \cdot A$. Következésképpen az $x = 0$ egy egyensúlyi helyzet, amely $F_1 < F_2$ miatt stabil. Ha $x > 0$, akkor $F_1 = F_2$ jelent egyensúlyt:

$$0,5 \cdot A \cdot 13\,600 \cdot \omega^2 \cdot (x + 0,25) = \frac{0,5 \cdot 10^5 \cdot A}{0,5 - x}.$$

Rendezve: $0,5 \cdot x^2 - 0,125 \cdot x + 0,0075 = 0$. Megoldása: $x_1 = 0,15$ méter, $x_2 = 0,1$ méter.

1988-10-322-3.eps

4. ábra

A körmozgáshoz szükséges erő a távolsággal lineárisan növekszik (4. ábra): $3,57 \cdot 10^5 \cdot A \cdot x + 0,893 \cdot 10^5 \cdot A$. A levegő nyomóereje hiperbola-függvény szerint változik: $\frac{0,5 \cdot 10^5 \cdot A}{0,5 - x}$.

Az egyensúlyi helyzeteket az egyenes és a hiperbola metszéspontjai jelentik. Az $x_1 = 0,1$ méter labilis egyensúlyi helyzetet jelent, mert ha a higany például kifelé mozdul el, akkor a levegő nyomása kisebb, mint ami a szükséges erő a körmozgás számára, a higany tovább megy kifelé, amíg el nem éri az $x_2 = 0,15$ méternél a stabilis egyensúlyi helyzetet. Amennyiben a szögsebesség nagyobb, az egyenes emelkedik. $\omega = 7,67$ s⁻¹ esetében a labilis egyensúlyi helyzet $x_1 = 0$, a stabilis $x_2 = 0,25$ m. Kisebb szögsebességnél $\omega = 7,231$ s⁻¹ esete érdekes. Ekkor az egyenes érinti a hiperbolát, egyetlen egyensúlyi helyzet van $x = 0,125$ méternél. Ez az egyensúlyi helyzet kifelé történt elmozdulás esetében stabilis, befelé történő elmozdulás esetében labilis, a higany benyomódik a tengelyig. Még kisebb szögsebesség esetében a higany ott marad a tengelynél. Ezért az $x = x_2$ egyensúlyi helyzet úgy nem jöhet létre, hogy a csövet nyugalmi állapotból kiindulva kezdjük mindig gyorsabban forgatni, ilyenkor a higany az $x = 0$ egyensúlyi helyzetben marad.

4. Egy $r = 1$ méter sugarú, $m = 5$ kg tömegű abroncs kerületére ugyancsak $m = 5$ kg tömegű nehezéket erősítettünk (5. ábra). Az abroncsot vízszintes síkra helyezzük. A súrlódás elhanyagolható. $g = 10$ m/s². Kezdő helyzetben a nehezék legfelül van. Ekkor az abroncsot elengedjük.

- Mekkora az abroncs középpontjának a gyorsulása, amikor a nehezék a középponttal egyező magasságban van?
- Mekkora erővel nyomja ekkor az abroncs a talajt?

1988-10-323-1.eps

5. ábra

1988-10-323-2.eps

6. ábra

Megoldás. A súlypont a rádiusz felében van (6. ábra). A súlypont függőleges egyenes mentén mozog lefelé, sebessége v_N , gyorsulása a_N (mindkettő függőleges irányban). A középpont sebessége v , gyorsulása a (mindkettő vízszintes irányban). A szögsebesség ω , a szöggyorsulás β . A pillanatnyi sebességek α függvényében:

$$v_N = \omega \cdot \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha, \quad v = \omega \cdot \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha.$$

A súlypont körüli tehetetlenségi nyomaték $\Theta = 1,5 \cdot m \cdot r^2$. Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$2mg \cdot \frac{r}{2} (1 - \cos \alpha) = \frac{2mv_N^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \Theta.$$

Ezekből az egyenletekből megkapjuk a sebességeket mint a szög függvényét:

$$\begin{aligned}v_N &= \sin \alpha = \sqrt{\frac{gr(1 - \cos \alpha)}{4 - \cos^2 \alpha}}, \\v &= \cos \alpha \sqrt{\frac{gr(1 - \cos \alpha)}{4 - \cos^2 \alpha}}, \\ \omega &= \sqrt{\frac{4g(1 - \cos \alpha)}{r(4 - \cos^2 \alpha)}}.\end{aligned}$$

A forgás törvénye szerint: $F \cdot \frac{r}{2} \cdot \sin \alpha = \beta \Theta$, a súlypont lineáris mozgására nézve: $2ma_N = 2mg - F_1$, a súlypont függőleges gyorsulása: $a_N = \omega^2 \cdot \frac{r}{2} \cdot \cos \alpha + \frac{r}{2} \cdot \beta \cdot \sin \alpha$. Az egyenletrendszer megoldása:

$$\begin{aligned}F &= 2mg \cdot \frac{3(4 - 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{(4 - \cos^2 \alpha)^2}, \\ \beta &= \frac{F \sin \alpha}{3mr}, \quad a_N = g - \frac{F}{2m}.\end{aligned}$$

A feladatban szereplő hat mennyiségnek α szögtől való függését mutatja a 7. ábra.

1988-10-324-1.eps

7. ábra

A feladat kérdéseire megkapjuk a választ, ha α helyébe 90° -ot helyettesítünk:

$$a = -5 \text{ m/s}^2, \quad F = 75 \text{ newton};$$

továbbá $\alpha = 90^\circ$ -hoz tartozóan $\omega = \sqrt{10} \text{ s}^{-1} = 3,16 \text{ s}^{-1}$, $\beta = 1,25 \text{ s}^{-2}$, $v = 0$, $v_N = \sqrt{10}/2 \text{ m/s} = 1,58 \text{ m/s}$, $a_N = 2,5 \text{ m/s}^2$.

Ha csak a feladat numerikus kérdéseire akarunk válaszolni, akkor sokkal hamarabb érünk célra, ha azonnal a 90° -hoz tartozó értékekkel írjuk fel az egyenleteket.

A II. forduló feladatai a II. és III. kategóriában

1. Egy rugó nyújtatlan hossza $L_0 = 0,6$ méter, rugóállandója $D = 80 \text{ N/m}$ (8. ábra). A rugó alsó végét a talajon fekvő $m = 2 \text{ kg}$ tömegű testhez erősítjük, felső végét a test felett tartjuk a rugó nyújtatlan állapotában $0,6$ méter magasan. Ezután a rugó felső végét $v_0 = 0,5 \text{ m/s}$ állandó sebességgel emeljük. $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Milyen magasan van a test $1,75$ másodperc múlva?
- Mennyi munkát végeztünk ez alatt?
- A teljesítmény az idő milyen függvénye szerint változik?

1988-10-324-2.eps

8. ábra

Megoldás. A test $0,5 \text{ s}$ múlva válik el a talajtól, ekkor lesz a rugóerő 20 newton . Most a megnyúlás $0,25 \text{ méter}$. A kéz magassága mint az idő függvénye (9. ábra):

$$S = 0,6 + 0,5 \cdot t.$$

1988-10-325-1.eps

9. ábra

$0,5$ másodperckor egy rezgés indul meg, szögsebessége $\omega = \sqrt{D/m} = \sqrt{40} = 6,32 \text{ s}^{-1}$, rezgésideje $T \approx 1 \text{ s}$. A rezgés legnagyobb sebessége $0,5 = \omega r$, innen az amplitúdó $r = 0,5/\omega = \sqrt{40}/80 = \frac{\sqrt{10}}{40} = 0,079 \text{ m}$.

A $0,5 \text{ s}$ múlva érvényes függvények:

$$\begin{aligned}\text{a test magassága: } s &= 0,5(t - 0,5) - \frac{\sqrt{10}}{40} \sin [\sqrt{40}(t - 0,5)], \\ \text{a rugó hossza: } H &= S - s = 0,85 + \frac{\sqrt{10}}{40} \sin [\sqrt{40}(t - 0,5)],\end{aligned}$$

a rugó nyúlása: $N = H - L_0 = 0,25 + \frac{\sqrt{10}}{40} \sin [\sqrt{40}(t - 0,5)]$,

a test sebessége: $v = 0,5 - 0,5 \cdot \cos [\sqrt{40}(t - 0,5)]$.

a) Az s képletébe való behelyettesítéssel, $t = 1,75$ s-kor $s = 0,546$ méter.

b) $t = 1,75$ s-kor a test sebessége $v = 0,53$ m/s, a rugó megnyúlása $N = 0,329$ méter.

Az emelés munkája $mgs = 10,92$ joule. A rugónyújtás munkája $DN^2/2 = 4,33$ joule. A mozgási energia megszerzéséhez szükséges $mv^2/2 = 0,28$ joule. A teljes munkavégzés ezek összege: 15,53 joule.

c) A pillanatnyi teljesítmény $P = v_0 F$. 0,5 s-ig csak rugónyújtás van, ekkor az erő $F = Ds = Dv_0 t$, a teljesítmény $P = Dv_0^2 t = 20t$. 0,5 s után az erő $F = DN$. A teljesítmény: $P = 10 + \sqrt{10} \sin [\sqrt{40}(t - 0,5)]$.

2. Adva van egy kettős dugattyúrendszer a 10. ábra szerinti elrendezésben. A falak és a dugattyúk hőszigetelők. Kezdetben a három térrész mindegyikében a levegő nyomása 20 N/cm^2 , a hőmérséklet 0° C . A bal oldali térrészben elhelyezett izzószálal rövid ideig fűtjük, ennek következtében a dugattyúk 5 cm-rel jobbra tolódnak.

a) Mekkora a kialakult új nyomások?

b) Mennyi hőt adott át az izzószál?

A levegő sűrűsége normál állapotban $1,3 \text{ dm}^3$, fajhője állandó térfogaton $0,7 \text{ J/gK}$, állandó nyomáson $0,98 \text{ J/gK}$.

1988-10-325-2.eps

10. ábra

Megoldás. A fajhőhányados $0,98/0,7 = 1,4 = \kappa$. Az adiabatikus változás törvénye szerint a nyomások a jobb oldali részben:

$$p_3 = 20 \cdot \left(\frac{2}{1,5} \right)^{1,4} = 29,92 \text{ N/cm}^2,$$

a középső részben

$$p_2 = 20 \cdot \left(\frac{4}{2,5} \right)^{1,4} = 38,62 \text{ N/cm}^2.$$

A bal oldali rész nyomását a dugattyúrendszer egyensúlyából kell kiszámítani, mert itt a változás nem adiabatikus:

$$p_1 \cdot 4 + 38,62 \cdot 1 = 38,62 \cdot 4 + 29,92 \cdot 1,$$

innen

$$p_1 = 36,44 \text{ N/cm}^2.$$

A hőmérsékleteket az általános gáztörvényből számítjuk ki:

$$T_1 = \frac{273 \cdot 36,44 \cdot 6}{20 \cdot 4} = 746,11 \text{ K}, \quad T_2 = \frac{273 \cdot 38,62 \cdot 2,5}{20 \cdot 4} = 329,48 \text{ K},$$

$$T_3 = \frac{273 \cdot 29,92 \cdot 1,5}{20 \cdot 2} = 306,31 \text{ K}.$$

A gázok tömegei: $m_1 = 4 \cdot 2 \cdot 1,3 = 10,4$ gramm, $m_2 = 4 \cdot 2 \cdot 1,3 = 10,4$ gramm, $m_3 = 2 \cdot 2 \cdot 1,3 = 5,2$ gramm.

A hőfokváltozások: $\Delta T_1 = 746,11 - 273 = 473 \text{ K}$, $\Delta T_2 = 329,48 - 273 = 56,48 \text{ K}$, $\Delta T_3 = 306,31 - 273 = 33,31 \text{ K}$. Az energianövekedések: $0,7 \cdot 10,4 \cdot 473,11 = 3444,2$ joule, $0,7 \cdot 10,4 \cdot 56,48 = 411,2$ joule, $0,7 \cdot 5,2 \cdot 33,31 = 121,2$ joule. Az összes levegő belső energiájának növekedése ezek összege:

$$\Delta E = 344,2 + 411,2 + 121,2 = 3976,6 \text{ joule}.$$

Mivel nincs munkavégzés, ezért ennyi hőt kellett beadni:

$$\Delta Q = 3976,6 \text{ joule}.$$

3. A $AB = 0,02$ tesla indukciójú homogén mágneses térben ugyanazon az erővonalon két pont van egymástól $\overline{XY} = L = 10 \text{ cm}$ távolságban (11. ábra). Az X ponton 800 volt feszültséggel felgyorsított elektron halad át, sebessége az erővonalakkal α szöget zár be. Mekkora legyen az α szög, hogy az elektron Y ponton is áthaladjon? Az elektron töltése $1,6 \cdot 10^{-19}$ coulomb, tömege $9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

1988-10-326-1.eps

11. ábra

Megoldás. Az elektron sebessége $QU = mv^2/2$ alapján $v = 1,686 \cdot 10^7$ m/s. A $BQv \sin \alpha$ Lorentz-erő biztosítja a körpályán tartáshoz szükséges $mv^2 \sin^2 \alpha / r$ erőt:

$$BQv \sin \alpha = mv^2 \sin^2 \alpha / r,$$

innen a kör sugara:

$$r = \frac{mv \sin \alpha}{BQ}.$$

Az elektron $v \sin \alpha$ sebességgel ezt a kört $T = 2\pi m / BQ = 1,766 \cdot 10^{-9}$ s alatt futja körül, akármerre indul is.

Az L távolság megtevésének ideje $L/v \cos \alpha$, ez T -nek egész számú többszöröse kell, hogy legyen.

$$\frac{L}{v \cos \alpha} = n \cdot \frac{2\pi m}{BQ},$$

innen

$$\cos \alpha = \frac{1}{n} \cdot \frac{BQL}{2\pi mv} = \frac{3,358}{n}.$$

Az $\alpha = 0$ triviális esetet kivéve legalább 4 körülfordulásnak kell végbemennie:

$$\begin{aligned} n = 4, \quad \cos \alpha &= 0,8395, \quad \alpha = 32,91^\circ, \\ n = 5, \quad \cos \alpha &= 0,6716, \quad \alpha = 47,81^\circ \quad \text{stb.} \end{aligned}$$

A III. forduló

A harmadik (kísérleti) fordulóban a versenyzőknek megfigyelésük alapján meg kellett becsülni azt az áramerősséget, amely a szupravezető anyagmintában folyik, amikor egy kis, 0,05 gramm tömegű mágnes tart lebegve.

Az 1988. évi verseny eredménye

II. kategória

1. **díj: Drasny Gábor** (Budapest, Fazekas M. G. IV. o. t., tanára: Horváth Gábor)
2. **díj: Keleti Tamás** (Budapest, Fazekas M. G. IV. o. t., tanára: Horváth Gábor)
3. **díj: Andrejkovics István**, (Debrecen, Tóth Árpád G. IV. o. t., tanára: Kovács Miklós)

A további helyezettek: 4. *Bartucz János* (Budapest, I. István G. IV. o. t., t.: Cseh Géza). 5. *Bordás Ferenc* (Szeged, Radnóti M. G. III. o. t., t.: Dudás Zoltánné és Győri István). 6. *Asztalos Balázs* (Budapest, I. István G. IV. o. t., t.: Cseh Géza). 7. *Tavaszi Gábor* (Miskolc, Földes F. G. IV. o. t., t.: Dolák Gabriella és Zsudel László). 8. *Lencse Gábor* (Győr, Révai M. G. III. o. t., t.: Jagudits György és Takács István). 9. *Késmárki Szabolcs* (Kecskemét, Bányai J. G. III. o. t., t.: Borsos Ferenc).

Elsőfokú dicséretet 7, másodfokú dicséretet 24 versenyző kapott.

III. kategória

1. **díj: Miskolczi Norbert** (Pécs, Leöwey K. G. IV. o. t., t.: Simai Margit)
2. **díj; Hauer Tamás** (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Kelemen László)
3. **díj: Csáki Csaba** (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Kelemen László)

A további helyezettek: 4. *Walkensdorfer Péter* (Székesfehérvár, József A. G. IV. o. t., t.: Perepatitsné Majorovics Margit). 5. *Kullai Gábor* (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Zsigri Ferenc). 6. *Rösner Vilmos* (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Kelemen László). 7. *Bodrogi Péter* (Miskolc, Földes F. G. IV. o. t., t.: Zámboreszky Ferenc és Szepessy Zoltánné). 8. *Kégl Balázs* (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Zsigri Ferenc). 9. *Lakó Sándor* (Kecskemét, Katona J. G. IV. o. t., t.: Szablics Bálint). 10. *Kiss Tamás* (Budapest, József A. G. IV. o. t., t.: Tóth Eszter).

Elsőfokú dicséretet 10, másodfokú dicséretet 18 versenyző kapott.