Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1987. október 17-én rendezte 64-ik versenyét Budapesten és 12 vidéki városban az abban az évben érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhattak meg három fizikai feladatot. Bármely segédeszköz használata megengedett volt. A versenyen 267 dolgozatot adtak be. Ismertetjük a feladatokat és a verseny eredményét.

*

1. *Különböző hajlásszögű lejtőkről golyót gurítunk le. A lejtők magassága egyenlő. A csúszó súrlódási együttható $\mu=0{,}1$. Mekkora hajlásszögű lejtőnél fejlődik a legtöbb meleg?*

Megoldás. Vizsgáljuk meg a legurulást egy súrlódásos lejtőn (1. ábra). Használjuk ezt a jelölést: $\Theta/mr^2=k$. Itt m a guruló test tömege, r a sugara és Θ a tehetetlenségi nyomaték a középpontra vonatkoztatva. Ezzel a jelöléssel eredményeink bármilyen alakú test esetében használhatók lesznek.

1988-02-081-1.eps

1. ábra

Amikor a súrlódó felületek elmozdulnak egymáshoz képest, akkor jön létre a legnagyobb súrlódási erő: $\mu mg\cos\alpha$, az emiatt keletkező maximálisan lehetséges szöggyorsulás:

$$\beta=\frac{\mu mgr\cos\alpha}{\Theta}.$$

A kerületi pont gyorsulása a forgás következtében maximálisan $\mu g\cos\alpha/k$. A megcsúszás határesetében és azután a középpont lineáris gyorsulása $g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$. A megcsúszás határesetében ez egyenlő a kerületi pont gyorsulásával:

$$g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)=\frac{\mu g\cos\alpha}{k}.$$

Ebből következik, hogy annak a lejtőnek az α_h hajlásszöge, amelynél a megcsúszás kezdődik:

$$\operatorname{tg}\alpha_h=\mu\left(\frac{1+k}{k}\right).$$

A mi esetünkben $\mu=0{,}1$ és $k=0{,}4$, $\operatorname{tg}\alpha_{\mathrm{h}}=0{,}35$, $\alpha_h=19{,}3^\circ$.

Mindaddig, amíg a lejtő ennél nem meredekebb, és sima legördülés megy végbe, a súrlódási erő nem végez munkát, nem fejlődik hő. Megvizsgáljuk a mozgás lefolyását meredekebb lejtő esetében. Ekkor a középpont lineáris gyorsulása:

$$a_c=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha).$$

A leérés ideje a $h/\sin\alpha$ hosszúságú lejtőn:

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}.$$

A középpont végsebessége:

$$v=\sqrt{2gh\left(1-\frac{\mu}{\operatorname{tg}\alpha}\right)}.$$

Eközben $\mu mg\cos\alpha$ súrlódási erő forgat, a forgás szöggyorsulása $\beta=\mu mg\cos\alpha/\Theta$, a kerületi pontnak a forgáshoz tartozó gyorsulása:

$$a_f=\frac{\mu g\cos\alpha}{k}.$$

A forgás szögsebessége leéréskor:

$$\omega=\beta t=\frac{\mu mgr\cos\alpha}{\Theta}\sqrt{\frac{2h}{g\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}.$$

1988-02-082-1.eps

2. ábra

A 2. ábra első rajza a súrlódási erőt és a gyorsulásokat tünteti fel a lejtő hajlásszögének függvényében.

A fejlődött hő kiszámítása kétféle eljárással lehetséges.

I. A súrlódási erő munkáját a súrlódási erő és az ún. köszörülési út szorzata adja meg. A köszörülési út a középpont útjának és a kerületi pont forgás következtében megtett útjának a különbsége. A kerületi pontnak a forgáshoz tartozó útja:

$$\frac{a_f}{2}\cdot t^2=\frac{\mu\cdot h\cos\alpha}{k\big(\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)\big)}.$$

A köszörülési út:

$$\frac{h}{\sin\alpha}\left[1-\frac{\mu\cos\alpha}{k(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}\right].$$

Megszorozva $\mu mg\cos\alpha$ súrlódási erővel, megkapjuk a fejlődött hőt:

$$Q=\mu m\cdot gh\cdot\frac{k\operatorname{tg}\alpha-\mu(1+k)}{k\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{tg}\alpha-\mu)}.$$

II. Megvizsgáljuk, hogy a lejtő aljára érve a haladásban és a forgásban levő mozgási energia összege mennyivel kevesebb, mint a kezdeti mgh helyzeti energia. A haladó mozgáshoz tartozó mozgási energia a lejtő alján:

$$E_c=\frac{mv^2}{2}=mgh\left(1-\frac{\mu}{\operatorname{tg}\alpha}\right).$$

A forgáshoz tartozó mozgási energia a lejtő alján:

$$E_f=\frac{\omega^2\Theta}{2}=mgh\frac{\mu^2}{\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{tg}\alpha-\mu)k}.$$

Az összes mozgási energia:

$$E_{\sum}=E_c+E_f=mgh\cdot\left[1-\frac{\mu k\operatorname{tg}\alpha-\mu^2(1+k)}{k\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{tg}\alpha-\mu)}\right].$$

Az elveszett mozgási energiából lett hő:

$$Q=mgh-E_{\sum}=\mu\cdot mgh\frac{k\operatorname{tg}\alpha-\mu(1+k)}{k\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{tg}\alpha-\mu)}.$$

A 2. ábra legalsó két rajza mutatja az energiák és a fejlődött meleg függését a lejtő hajlásszögétől.

A fejlődött hő azon α_m hajlásszögű lejtőnél maximális, amelyre nézve:

$$\operatorname{tg}\alpha_m=\mu\frac{1+k+\sqrt{1+k}}{k}.$$

A mi feladatunkban $\mu=0{,}1$ és $k=0{,}4$, ekkor

$$\operatorname{tg}\alpha_m=\frac{7+\sqrt{35}}{20}=0{,}6458,\quad\alpha_m=32{,}85^\circ.$$

A maximális hőfejlődés:

$$Q_m=mgh\frac{2+k-2\sqrt{1+k}}{k}.$$

A mi esetünkben $Q_m=mgh\left(\dfrac{2{,}4-2\sqrt{1{,}4}}{0{,}4}\right)=0{,}0839\,mgh.$

Érdekes körülmény, hogy a súrlódási együtthatótól függetlenül a maximális esetben fejlődött meleg mindig ugyanannyi, csak a gördülő test alakjától függ.

2. *Egy henger terét egy dugattyú választja ketté* (3. ábra). *Minden alkatrész jó hővezető és a hőmérséklet* 100 °C. *A bal oldali* 1 dm^3*-es részben hélium van. A jobb oldali* 1 dm^3*-es részben vízgőz és* 0,588 *gramm folyékony víz van. A nyomás* 1 *atmoszféra* (10^5 Pa). *Ezután változtatjuk a hőmérsékletet a lehető legalacsonyabbtól a legmagasabbig. Vizsgáljuk meg, hogyan függ a dugattyú helyzete a hőmérséklettől?*

1988-02-083-1.eps

3. ábra

Megoldás. Amíg a jobb oldali részben folyékony víz van jelen, addig a hélium nyomása is az adott hőmérséklethez tartozó telített vízgőznyomás. 373 K-en a moltérfogat $373 \cdot 22{,}4 : 273 = 30$ dm^3. Az 1 dm^3-es kezdeti térfogat 373 K-en $1 : 30{,}6 = 0{,}0327$ molt jelent. Ez vízgőz esetében $0{,}0327 \cdot 18 = 0{,}588$ gramm. A folyékony víz, illetve jég térfogata elhanyagolható.

Amennyiben a hőmérséklet kezd 100 °C alá süllyedni, a nyomás kisebb lesz, de a hélium nemcsak a kisebb nyomás, de az alacsonyabb hőmérséklet miatt is kiterjed. A héliumra nézve a gáztörvény:

$pV = nRT$, ami a mi esetünkben $n = 0{,}0327$ mol,
$R = 0{,}082$ J/K, p atmoszféra, V dm^3.

Ebből a gáztörvényből következően a hélium térfogata a nyomástól így függ:

$$V = 0{,}002681 \cdot \frac{T}{p}.$$

Táblázatok tartalmazzák, hogy a különböző hőmérsékleteken mennyi a tenzió, ezek hányadosából következik a hélium térfogata. Tehát fel kell rajzolni, hogy különböző hőmérsékleteken mennyi a hélium térfogata (4. ábra).

1988-02-084-1.eps

4. ábra

Keressük, lehűléskor mikor éri el a hélium a lehető legnagyobb, vagyis 2 dm^3 térfogatát. Ez kb. 80 °C-on következik be, akkor a dugattyú a henger jobb oldali szélén van, alatta milliméteres rétegben folyékony víz. Ez az állapot 80 °C-nál kisebb hőmérsékleten is így marad.

100 °C-nál melegebb hőmérsékleten a folyékony víz egy része elpárolog, a gőz telített marad. Akkor, amikor a folyékony víz éppen elpárolgott, a jobb oldali részben kétszer annyi gázmolekula van, mint a bal oldaliban, tehát az egész henger térfogatán a hélum és a vízgőz 1 : 2 arányban osztoznak, a hélium térfogata 6,67 dm^3. A görbéről leolvasható, hogy ez az állapot kb. 113 °C-on következik be. Tovább emelve a hőmérsékletet a dugattyú változatlanul ezen a helyen marad.

3. *Egy kartonhengertől meghatározott távolságra vékony fonálra egy lágyvas darabkát függesztünk (5. ábra). A hengerre huzalból tekercset csévélünk és erre egy meghatározott váltófeszültséget kapcsolunk. A vasdarabka kissé elmozdul. Hogy a hatást megnöveljük, a hengerre kétszer annyi menetet csévélünk. Mit fogunk tapasztalni?*

1988-02-084-2.eps

5. ábra

Megoldás. A vasdarabkára kifejtett hatás a tekercs ampermenetszámától függ. Menetszám megkétszerezése az ampermenetszámot kétszerezné és erősebb hatást okozna. De a tekercs induktivitása és emiatt váltóáramú ellenállása a menetszám négyzetével növekszik. Így a menetszám kétszerezése negyedrészre csökkentené az áramerősséget, ami a fokozott menetszám ellenére a hatás csökkenését jelentené.

A verseny eredménye

A bizottság első díjat nem adott ki. *II. díjat* hárman kaptak egyenlő helyezésben: *Gyuris Viktor* honvéd, aki Budapesten a Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett mint Horváth Gábor tanítványa; *Nagy Gergely* a Budapesti Műszaki Egyetem hallgatója, aki Budapesten a József Attila Gimnáziumban érettségizett mint Sarkadi Ildikó tanítványa és *Páczelt Ferenc* honvéd, aki Budapesten a Móricz Zsigmond Gimnáziumban érettségizett mint Sikó Attiláné tanítványa.

III. díjat öten kaptak egyenlő helyezésben: *Cynolter Gábor* honvéd, aki Budapesten a Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett mint Horváth Gábor tanítványa; *Fucskár Attila* a budapesti Kaffka Margit Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Jánosi Ilona; *Jakab Péter* a szolnoki Verseghy Ferenc Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Sebestyén István; *Kégl Balázs* a budapesti Apáczai Csere János Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Zsigri Ferenc és *Kiss Tamás* a budapesti József Attila Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Tóth Eszter.

Dicséretet ketten kaptak egyenlő helyezésben: *Derényi János* a győri Révai Miklós Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Székely László és *Lang András* a győri Révai Miklós Gimnázium IV. o. tanulója, tanárai Székely László, Bőnyi Mihály és Jagurits György.

A bizottság megállapította, hogy két versenyző szép dolgozata csak kevéssel maradt el a nyertesek teljesítménye mögött. E dolgozatok szerzői: *Balogh Péter* a budapesti ELTE TTK fizikus hallgatója (Mezőkövesden érettségizett az I. László Gimnáziumban mint Rácz György tanítványa) és *Szokoly Gyula* honvéd (Budapesten érettségizett a Fazekas Mihály Gimnáziumban mint Horváth Gábor tanítványa).