

1. Oldja meg a valós számok körében a következőket !

$$a) \frac{4x}{|x-1|} = 2x; \quad b) \frac{x+2}{2x-2} > -3.$$

2. Egy háromszög oldalai olyan mértani sorozatot alkotnak, amelynek hányadosa $4/3$. Mekkora a háromszög legnagyobb szöge?

3. Határozza meg a következő három kör középpontján átmenő kör egyenletét!

$$x^2 + y^2 = 4; \quad 3x^2 - 18x + 3y^2 + 12y = 36; \quad x^2 + y^2 + 10x + 4y + 12 = 0.$$

4. Milyen valós x és y értékekre teljesül egyszerre a következő két egyenlőség?

$$\sqrt{5^{x-y}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2y}; \quad \log_4(x+y) + \log_4(x-y) = 2.$$

5. Négyzet alapú egyenes gúla alapéle 4, magassága 8 egység. A gúlába olyan félgömböt helyezünk, amelynek körlapja a gúla alapjára illeszkedik és érinti a gúla oldallapjait. Mekkora a gúla és a félgömb térfogatának aránya?

VÁLASZTÁSI LEHETŐSÉG A)

6/A Adott az $y = 4 - x^2$ parabola. Tekintsük mindazon téglalapokat, amelyek egyik oldala az x tengelyre illeszkedik, ezzel szemközti csúcsai pedig a parabolára. Határozza meg a legnagyobb kerületű ilyen téglalap oldalait!

7/A Rajzoljuk meg az ABC háromszög AP súlyvonalát és AQ belső szögfelezőjét, ahol P és Q illeszkedik a BC oldalra. Az APQ kör az AB oldalt az E , az AC oldalt az F pontban metszi. Bizonyítsa be, hogy $BE = CF$!

8/A Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\operatorname{ctg} \frac{2\pi x}{x^2 + x + 1} = \frac{-\sqrt{3}}{3}.$$

VÁLASZTÁSI LEHETŐSÉG B)

6/B A p mekkora értékére lesz az $x^2 + (3p - 2)x - 7p - 1 = 0$ egyenletben a gyökök négyzetének az összege a legkisebb?

7/B Egy C középpontú kört messünk olyan parabolával, amelynek tengelypontja a kör középpontjára, F fókusza a körvonalra esik. A parabola és a kör metszéspontjait jelölje A és B , az AB egyenes és a parabola szimmetriatengelyének metszéspontját E . Mutassa meg, hogy az FE szakasznak és az átmérőnek mértani közepe a DE szakasz! D a kör F ponttal átellenes pontja.

8/B Milyen N pozitív egész számra igaz, hogy $N + 1987$ osztója $N^2 + 1987$ -nek?