

A verseny három kategóriában folyt le. Az I. kategóriában a szakközépiskolai tanulók versenyeztek. A II. kategóriába tartozott minden III. osztályos tanuló (kivéve a speciális, ill. komplex tantervű osztályok tanulóit), továbbá a fizikából fakultáción részt nem vevő IV. osztályos tanulók. A III. kategóriába tartozott minden további IV. osztályos tanuló és a speciális, ill. komplex III. osztályos tanulók. A II. és a III. kategóriában a feladatok ugyanazok voltak.

A II. és III. kategória feladatai

I. forduló

1. Kezdetben a vékony üvegcső mindegyik szárában egyenlő magasan áll a higany (1. ábra). A légköri levegő 76 cm magas higanyoszlop nyomásával tart egyensúlyt. Ezután a jobboldali szár felett növeljük a levegő nyomását, amíg 232,8 cm-es higanyoszlop nyomásával lesz egyenlő. Hogyan állnak most az egyes oszlopokban a higanyszintek?

1987-10-321-1.eps

1. ábra

(Lugosi Erzsébet)

Megoldás. A levegő hosszát, a nyomásokat a higanyoszlopok hosszával mérjük (2. ábra).

1987-10-321-2.eps

2. ábra

A nyomásnövelés után a higanyoszlopok magassága az egyes szárakban x , y , z , v . Az elzárt levegő nyomása p . Boyle-Mariotte törvénye szerint:

$$(16 + 152) \cdot 76 = (16 + 304 - y - z) \cdot p.$$

A szárakban a nyomáskülönbségek:

$$\begin{aligned} 76 + v - z &= p, \\ p + y - x &= 232,8. \end{aligned}$$

A higanytérfogatok állandósága miatt:

$$\begin{aligned} v + z &= 152, \\ y + x &= 152. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszer megoldása: $x = 12,8$ cm, $y = 139,2$ cm, $z = 60,8$ cm, $p = 106,4$ cm Hg.

2. Egy 8 kg tömegű, 20 cm^2 alapterületű henger lóg dugattyújánál felfüggesztve (3 ábra). A hengerben 27°C hőmérsékletű hélium van. A hőmérséklet lassan csökken. Mennyi hőt kell a héliumtól elvonni, hogy a gázoszlop eredetileg 11,2 dm-es hossza 8,96 dm-re rövidüljön? A külső légnyomás 10^5 Pa , $g = 10 \text{ m/s}^2$. A hélium állandó térfogat melletti molhője $C_v = 12\,300 \text{ J/kmol K}$.

1987-10-322-1.eps

3. ábra

(Vermes Miklós)

Megoldás. A henger súlyából származó nyomás $80 : 20 = 4 \text{ N/cm}^2$. Kezdetben és mindvégig a hélium nyomása $10 - 4 = 6 \text{ N/cm}^2$. A lehűlés előtt a hőmérséklet $273 + 27 = 300 \text{ K}$ volt, a lehűlés után T lett. A gáztörvény szerint:

$$\frac{8,96}{11,2} = \frac{T}{300}, \quad \text{innen} \quad T = 240 \text{ K}.$$

A hélium eredeti térfogata $20 \cdot 10^{-4} \cdot 1,12 = 0,00224 \text{ m}^3$, végső térfogata $20 \cdot 10^{-4} \cdot 0,896 = 0,00179 \text{ m}^3$. A hélium normáltérfogata V_0 . A gáztörvény szerint:

$$\frac{10V_0}{273} = \frac{6 \cdot 0,0024}{300}, \quad \text{innen} \quad V_0 = 0,001\,223 \text{ m}^3,$$

a hélium mennyisége: $0,001\,223 : 22,4 = 5,46 \cdot 10^{-5} \text{ kmol}$. Az I. főtétel szerint: $\Delta E = \Delta Q + \Delta W$. A gáz energiájának megváltozása:

$$\Delta E = 12\,300 \cdot 5,46 \cdot 10^{-5} (240 - 300) = -40,3 \text{ joule}.$$

A gázon végzett munka:

$$\Delta W = p \cdot \Delta V = 6 \cdot 10^4 \cdot (0,00224 - 0,00179) = 27 \text{ joule.}$$

Behelyettesítve az I. főtételbe:

$$-40,3 = \Delta Q + 27, \quad \text{innen} \quad \Delta Q = -67,3 \text{ joule.}$$

3. Egy $\alpha = 16,25^\circ$ hajlásszögű lejtőn $M = 1,6$ kg tömegű test van (4. ábra). A súrlódási együttható $\mu = 0,2$. A lejtőre helyezett testet elengedjük, és ebben a pillanatban $v = 12$ m/s sebességgel vízszintesen belelövünk egy $m = 0,4$ kg tömegű golyót. Mennyivel csúsznak feljebb a lejtőn? ($g = 10$ m/s².)

1987-10-322-2.eps

4. ábra

(Lugosi Erzsébet)

Megoldás. Az ütközésnél fellépő erőkhöz képest a gravitációs erők elhanyagolhatók. A tömegekre ható külső erő az F_n erő, amelyet a lejtő merőleges irányban fejt ki és μF_n súrlódási erő (5. ábra).

1987-10-322-3.eps

5. ábra

Mindkettő az ütközés Δt ideje alatt átlagos erő. Közvetlenül az ütközés után a két test együttes sebessége v_0 . Alkalmazzuk az impulzustörvényt a lejtővel párhuzamos és a lejtőre merőleges irányokban!

Párhuzamosan: $(m + M)v_0 = mv \cos \alpha - \mu F_n \cdot \Delta t$;

merőlegesen: $mv \sin \alpha = F_n \Delta t$.

$F_n \cdot \Delta t$ kiküszöbölésével: $v_0 = \frac{mv(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{M + m} = 2,17$ m/s.

A mozgást fékező gyorsulás: $a = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 0,427g = 4,27$ m/s². A lejtőn felfelé megtett út: $s = v_0^2 / 2a = 0,499$ méter.

4. Egy vízszintes pályán m tömegű kiskocsi áll, rajta $L = 2$ m magas, ugyancsak m tömegű rögzített oszlop áll (6. ábra). Ennek végéhez szintén m tömegű és $L = 2$ m hosszú rúd kapcsolódik egy csuklóval. A rudat vízszintes helyzetből elengedjük. Mekkora sebességgel csapódik a rúd vége az oszlophoz? ($g = 10$ m/s²)

1987-10-323-1.eps

6. ábra

(Honyek Gyula)

Megoldás. Jelöljük az ütközés pillanatában a rúd közepének a talajhoz viszonyított sebességét v -vel (7. ábra). Az impulzusmegmaradás törvényének értelmében ekkor a kocsi sebessége $v/2$. A rúd középpontjának a kocsihoz viszonyított sebessége $v + v/2 = 3v/2$. A rúd végpontjának a kocsihoz viszonyított sebessége $2 \cdot \frac{3v}{2} = 3v$.

1987-10-323-2.eps

7. ábra

A v sebességet az energiamegmaradás törvényével számítjuk:

$$mg \cdot \frac{L}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}\omega^2 \cdot \frac{1}{12}mL^2 + \frac{1}{2}(2m) \left(\frac{v}{2}\right)^2.$$

A rúd szögsebességét a középpontnak a kocsihoz viszonyított sebességéből számítjuk:

$$\omega = \frac{3v/2}{L/2} = \frac{3v}{L}.$$

Behelyettesítve az energiatételbe kapjuk a rúd középpontjának a talajhoz viszonyított sebességére: $v = \frac{2}{3}\sqrt{gL}$, és ezzel a rúd végpontjának a kocsihoz viszonyított sebessége:

$$3v = 2\sqrt{gL} = 8,94 \text{ m/s.}$$

II. forduló

1. Függőleges tengely körül forgó vízszintes rúdon $m = 0,6$ kg tömegű test csúszhat (8. ábra). A testet egy rugó kapcsolja a tengelyhez. A rugó eredeti hossza $L = 0,2$ m és rugóállandója $D = 5$ N/m. A szögsebesség $\omega = 2,5$ s⁻¹, ($g = 10$ m/s²).

1987-10-323-3.eps

8. ábra

Mekkora állandó sugarú körpályán maradhat meg a test abban az esetben,

a) amikor a súrlódási együttható $\mu = 1/12$

b) és amikor a súrlódási együttható $\mu = 0,25$?

c) Hogyan alakulnak a viszonyok $\omega = 3,3$ s⁻¹ szögsebességnél, $\omega = 1/12$, ill. $\omega = 0,25$ esetében?

(Nagy László)

Megoldás. r sugarú körpályán maradáshoz $m\omega^2 r$ nagyságú erő kell.

1987-10-324-1.eps

9.a ábra

A 9.a ábra grafikonján a vastag vonal mutatja $\omega = 2,5$ s⁻¹ esetében a körmozgáshoz szükséges erőt r függvényében: $F = 3,75r$. Ezt az erőt a rugó $D(r - L) = 5r - 1$ ereje hozza létre, ennek r -től való függését a vékony, folytonos vonal tünteti fel. A metszéspont tünteti fel a $3,75r = 5r - 1$ egyenletből a súrlódás nélküli esetben létrejövő $r = 0,8$ m állandó sugarat. Feladatunkban a rugó erejéhez hozzájárul a súrlódási erő.

a) $\mu = 1/12$ esetében a lehetséges legnagyobb súrlódási erő $\mu mg = 0,5$ newton.

Az egyensúly feltétele a szélső esetben:

+0,5 newtonhoz tartozóan: $3,75r = 5r - 1 + 0,5$, innen $r = 0,4$ méter;

-0,5 newtonhoz tartozóan: $3,75r = 5r - 1 - 0,5$, innen $r = 1,2$ méter.

A létrejövő sugár értéke lehet:

$$0,4 < r < 1,2.$$

A metszéspontokat a 9.a ábrán a szaggatott egyenesek hozzák létre. b) $\mu = 0,25$ esetében a maximális súrlódási erő $\mu mg = 1,5$ newton. Az egyensúly feltétele a szélső esetekben:

+1,5 newtonhoz tartozóan: $3,75r = 5r - 1 + 1,5$, innen $r = -0,4$ méter;

-1,5 newtonhoz tartozóan: $3,75r = 5r - 1 - 1,5$, innen $r = 2$ méter.

Állandó sugarú körmozgás lehetséges (elvben), ha

$$0 < r < 2.$$

A negatív sugárra vonatkozó rész nem valósítható meg. A rugó 0,2 méter alatt összenyomott állapotban volna. A 9.a ábrán pontozott vonalak tartoznak ehhez az esethez.

1987-10-324-2.eps

9.b ábra

c) $\omega = 3,3$ s⁻¹ esetében a 9.b ábra rajzán a vastag vonal tünteti fel a körmozgáshoz szükséges erő függését r sugártól: $F = 6,534r$. $\mu = 1/12$ esetében a rugó és a súrlódás együttes $+5r - 1 \pm 0,5$ ereje nem ad pozitív r -hez tartozó metszéspontot, ilyen esetben nem jöhet létre állandó sugarú körmozgás. $\mu = 0,25$ esetében

$$6,534r = 5r - 1 \pm 1,5 \text{ egyenlet gyökei}$$

$r = 0,33$ méter és $r = -1,63$ méter. Ekkor 0 és 0,33 méter között lehetséges állandó sugarú körmozgás.

2. Adva van egy félkör alakú vályú és benne egy A -tól mélyebben fekvő B pontba vezető lejtő. (10. ábra).

1987-10-325-1.eps

10. ábra

Bebizonyítandó: bárhol legyen is a félkörön az AB íven egy C pont, az ACB lejtőn hamarabb ér el egy test A-ból B-be, mint az eredeti AB lejtőn! C-ben az irányváltás nem jár a sebesség nagyságának megváltoztatásával. A súrlódástól eltekintünk.

(Kovacsics Csaba)

Megoldás. Megrajzoljuk az A és C pontokon átmenő függőleges átmérőjű félkört (11. ábra). Ez az eredeti lejtőt D-ben metszi. Az ismeretes mértani hely szerint a mozgás ideje az AD és az AC lejtőkön ugyanannyi. Ezután a DB és CB utak megtevéséhez szükséges időt kell összehasonlítani.

1987-10-325-2.eps

11. ábra

Rajzoljuk meg a DCB pontokon átmenő kört. Ebben a DB nagyobb középponti szöghöz tartozik, mint CB, tehát a DB út hosszabb, mint a CB út. Azonkívül a CB út minden pontja mélyebben van, mint a DB út bármely pontja, tehát a CB úton bármely ponton nagyobb a sebesség, mint a DB úton. Mindez azt jelenti, hogy a CB úton rövidebb a menetidő, mint DB úton, és ezzel az állítás be van bizonyítva.

3. Egyik végén zárt, $0,2 \text{ cm}^2$ alapterületű üvegcsövet nyitott végével felfelé függőlegesen tartunk (12. ábra). A csőben $0,25 \text{ cm}$ hosszú folyékony éteroszlopot 19 cm hosszú higanyoszlop zár el. A hőmérséklet 35°C (az éter forrponja). Hogyan helyezkedik el a higanyoszlop, ha a csövet megfordítjuk úgy, hogy nyitott vége legyen lefelé? A folyékony éter sűrűsége $0,7 \text{ g/cm}^3$, relatív molekulatömege 74.

(Vermes Miklós)

Megoldás. Kezdetben a nyomás $5/4$ légköri nyomás, ekkor az éter folyékony. Megfordítva a nyomás $3/4$ légköri nyomás, az éter elpárolog telítetlen gőzzé.

1987-10-325-3.eps

12. ábra

Az éter mennyisége $0,2 \cdot 0,25 = 0,05 \text{ cm}^3$, tömege $0,05 \cdot 0,7 = 0,035 \text{ gramm}$, vagyis $0,035 : 74 = 0,000473 \text{ mol}$. Normálállapotban ennek $2,24 \cdot 10^4 \cdot 4,73 \cdot 10^{-4} = 10,6 \text{ cm}^3$ a térfogata. Keressük, mennyi ennek a térfogata a mi körülményeink között. A gáztörvény szerint:

$$\frac{1 \cdot 10,6}{273} = \frac{0,75V}{273 + 35},$$

az étergőz térfogata $V = 15,9 \text{ cm}^3$. A gőzzel megtöltött rész hossza: $\frac{15,9}{0,2} = 79,5 \text{ cm}$.

4. Kör alakú vezetőhurok egyharmad részének ellenállása 5 ohm, kétharmad részének ellenállása 2 ohm. A kör területe $0,3 \text{ m}^2$ (13. ábra). A két rész találkozási helyeiről sugárirányú huzalokkal a kör középpontjába kisméretű ampermérőt kapcsolunk, melynek ellenállása 0,5 ohm. A kör síkjára merőleges homogén mágneses indukció az időben egyenletesen változik:

$$\frac{B}{t} = 0,4 \text{ T/s}.$$

1987-10-325-4.eps

13. ábra

a) Mekkora áramot jelez az ampermérő?

b) Az ampermérőt ideális voltmérővel cseréljük fel. Ez mekkora feszültséget jelez?

(Nagy László)

Megoldás. a) Jelöljük a műszer ellenállását R -rel. Az indukált elektromotoros erő a műszer és az 5 ohmos ellenállás áramkörében $0,1 \cdot 0,4 = 0,04 \text{ volt}$, ez fedezi az áramkörben az ellenállásokon létrejövő feszültségeséseket. Az 5 ohmos ellenállásban A-tól B felé I_1 , a műszeren átvezető R ellenálláson át A-tól B felé I erősségű áram folyik, ezért:

$$0,04 = 5I_1 - RI.$$

A 2 ohmos ellenállásban B-től A felé I_2 erősségű áram folyik, és ebben az áramkörben az indukált feszültség $0,2 \cdot 0,4 = 0,08 \text{ volt}$, ezért:

$$0,08 = 2I_2 + RI.$$

Az áramelágazás törvénye szerint: $I_1 + I = I_2$.

Az egyenletrendszer megoldása:

$$I_1 = \frac{0,08 + 0,12R}{10 + 7R}, \quad I_2 = \frac{0,4 + 0,12R}{7 + R},$$
$$I = \frac{0,32}{7 + R}.$$

Az ampermérő $R = 0,5$ ohmos ellenállása esetében: $I_1 = 0,0104$ amper, $I_2 = 0,0341$ amper, $I = 0,0237$ amper. Ez utóbbit mutatja az ampermérő A -tól B felé mutató irányban.

b) Az ampermérőre jutó feszültségek különbség:

$$IR = \frac{0,32R}{10 + R} = \frac{0,32}{10/R + 7}.$$

$R = \infty$ ellenállású mérőműszer esetében a feszültség:

$$0,32 : 7 = 0,0457 \text{ volt.}$$

Ennyit mutat a voltmérő. A feszültség pozitív vége az A -ból kiinduló vezetéken van.

III. forduló

A versenyzők híg cinkjodid oldatot elektrolizáltak, és megfigyelték a fajlagos ellenállás időtől való függését. Az oldat hígulása következtében az ellenállás nőtt, és ezt a folyamatot kellett megvizsgálni. A feladat részletes ismertetése a **Fizika tanítása** című folyóiratban jelenik meg.

Az 1987. évi tanulmányi verseny eredménye

II. kategória

1. **díj: Cynolter Cábó**r (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t., tanára: Horváth Gábor)
2. **díj: Vargay Péter** (Debrecen, Fazekas M. Gimn., IV. o. t., tanárai: Szegedi Ervin és Takács Kálmán)
3. **díj: Benczúr András** (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t., tanára: Horváth Gábor)

A további helyezettek: 4. *Drasny Gábor* (Bp., Fazekas M., Gyak. G., III. o. t., t.: Horváth Gábor), 5. *Keleti Tamás* (Bp., Fazekas M. Gyak. G., III. o. t., t.: Horváth Gábor), 6. *Tasnádi Tamás*, (Bp., I. István G., IV. o. t., t.: Moór Ágnes), 7. *Gyuris Viktor* (Bp., Fazekas M. Gyak. G., IV. o. t., t.: Horváth Gábor), 8. *Pál Gábor* (Bp., Árpád G., IV. o. t., t.: Székely György), 9. *Vadász Dénes* (Miskolc, Földes F. G., IV. o. t., t.: Dolák Gabriella), 10. *Lang András* (Győr, Révai M. G., III. o. t., t.: Székely László és Jagudits György).

Elsőfokú dicséretet 13, másodfokú dicséretet 4 tanuló kapott.

III. kategória

- 1 **díj: Zaránd Gergely** (Budapest, Piarista Gimn., IV. o. t., tanára: Görbe László)
- 2 **díj: Vasy András** (Budapest, Apáczai Csere J. Gimn., III. o. t., tanára: Zsigri Ferenc)
3. **díj: Balogh Péter** (Mezőkövesd, I. László Gimn., IV. o. t., tanára: Rácz György)

A további helyezettek: 4. *Rösner Vilmos* (Bp., Apáczai Csere J. G., III. o. t., t.: Kelemen László), 5. *Horváth András* (Győr, Révai M. G., IV. o. t., t.: Székely László, Nikházy László és Takács István), 6. *Juhász Attila* (Debrecen, Kossuth L. G., IV. o. t., t.: Nagy Lászlóné), 7. *Károlyi György* (Bp., Radnóti M. G., IV. o. t., t.: Tomcsányi Péter), 8. *Englert Roland* (Paks, Vak Bottyán G., IV. o. t., t.: Czuczor Miklós), 9. *Csáki Csaba* (Bp., Apáczai Csere J. G., III. o. t., t.: Kelemen László), 10. *Márkus Csaba* (Sárvár, Tinódy S. G., IV. o. t., t.: Tóth János).

Elsőfokú dicséretet 18, másodfokú dicséretet 26 tanuló kapott.

Vermes Miklós