

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1984. október 27-én rendezte 61. versenyét Budapesten és 12 vidéki városban az abban az évben érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhatták meg a három feladatot. Bármely segédeszközt használhattak, beleértve a zsebszámítógépet is. A versenyen 180 dolgozatot adtak be. Ismertetjük a feladatokat és a verseny eredményét.

1. *Vízszintes síkhoz törésmentesen csatlakozó lejtőről kisméretű, m tömegű testet csúsztatunk le egy M tömegű kocsira, amelyre középen félhengerpalást van erősítve (1. ábra). A kis test felcsúszik a félhengeren és éppen a félhenger tetején csökken a test és a pálya közötti erő zérusra. A kis test ezután függőlegesen, szabad eséssel éppen a kocsí szélére esik.*

A súrlódás elhanyagolható.

- a) *Milyen hosszú a kocsi?*
- b) *Milyen h magasságból csúszott le a test?*

1985-02-081-1.eps

1. ábra

(Holics László)

Megoldás. Először azt határozzuk meg, hogy mekkora v sebességgel kell az m tömegű kis testet a kocsira csúsztatni, hogy felülről függőlegesen, szabad eséssel essen le. Azután kérdezzük: hol esik a test a kocsira?

Amíg a kocsira csúszott test a kocsí vízszintes részén fut, addig a kocsi nem mozdul meg, hiszen nincs súrlódás. Amikor a körlejtőn fut, akkor nyomja a kocsit.

A körpálya tetején az m tömegű kis testnek nincs sebessége a talajhoz viszonyítva, viszont a kocsi V sebességgel fut. A kis test impulzusát megkapja a kocsi:

$$mv = MV, \quad \text{vagyis} \quad V = (m/M) \cdot v.$$

A kis test akkor hagyja el éppen a félkörpálya tetején a pályát, ha a centripetális gyorsulás épp a g nehézségi gyorsulással egyenlő. (A centripetális gyorsulás értékét a kis test kocsíhoz viszonyított V sebességéből kell meghatározni):

$$g = V^2/R.$$

V -nek az impulzustörvényből adódó értékét felhasználva és az egyenletet rendezve:

$$v^2 = Rg(M/m)^2.$$

Ez az összefüggés tartalmazza az impulzus megmaradását és azt a körülményt, hogy a felső pontban az m tömegű test szabadesést végez.

Az energiátörvény értelmében v -nek olyan nagynak kell lennie, hogy a kis test $mv^2/2$ mozgási energiája épp fedezni tudja a felemelkedéshez szükséges munkavégzést és a kocsi mozgási energiáját.

$$\frac{mv^2}{2} = mg \cdot 2R + \frac{MV^2}{2}.$$

V -nek a felső pontbeli szabadesésből következő értékét felhasználva és az egyenletet rendezve

$$v^2 = Rg(M/m) + 4Rg.$$

A kocsira érkezés v sebességének az előzőekben kapott két feltételnek kell eleget tennie. v^2 kifejezéseit egyenlővé téve:

$$Rg(M/m)^2 = Rg \cdot (M/m) + 4Rg.$$

Innen a M/m tömegviszonyra az alábbi egyenletet kapjuk:

$$(M/m)^2 - M/m - 4 = 0.$$

Az egyenlet számunkra használható megoldása:

$$\frac{M}{m} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} = 2,562.$$

A feladat lényeges és érdekes eredménye: a kísérlet csak akkor sikerülhet, ha a kis test és a kocsi tömegének aránya ennyi, függetlenül a félkörpálya sugarától (és g -tól).

A tömegviszony értékét felhasználva

$$v^2 = \frac{9 + \sqrt{17}}{2} \cdot Rg.$$

A h indítási magasságra nézve $mgh = mv^2/2$, tehát

$$h = \frac{9 + \sqrt{17}}{4} \cdot R = 3,281 R.$$

A $2R$ magasságból történő esés ideje $2\sqrt{R/g}$, így a kocsí útja az esés ideje alatt:

$$s = 2\sqrt{R/g} \cdot V = 2\sqrt{R/g} \cdot \sqrt{Rg} = 2R,$$

a kocsí teljes hossza ennek kétszerese, tehát $4R$. A kocsí hosszát a tömegviszony ismerete nélkül is ki lehet számítani. Igazolható, hogy ha a M/m arányra kapott feltétel teljesül, akkor a számított adatok mellett a kísérlet valóban végrehajtható.

2. A henger fala és a dugattyú rúdja tökéletesen hőszigetelő (2. ábra). A dugattyú anyaga valamelyest hővezető. Kezdő állapotban mindegyik térfélben 1–1 mol hélium van, 237 K hőmérsékleten. El lehet-e érni a dugattyú mozgásával, hogy valamelyik térrészben 120 K-re csökkenjen a hőmérséklet?

1985-02-083-1.eps

2. ábra

(Károlyházy Frigyes)

Megoldás. Adiabatus változásokra kell gondolnunk. Erre nézve Poisson törvénye érvényes: $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$, illetőleg a gáztörvény felhasználásával:

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}.$$

Hélium esetében $\kappa = 5/3$ és $\kappa - 1 = 2/3$.

A henger két részének térfogatát V_1 -gyel és V_2 -vel jelölve, a dugattyú balra mozgásával az elgondolható legszélső esetben V_2 az eredeti V -nek kétszerese lesz. Ekkor a kiterjesztett jobb oldali térrészben a hőmérséklet $273 : 2^{2/3} = 172$ K lenne, ami nem elég nagy lehűlés. De ez a lépés sem hajtható végre, hiszen a bal oldali térrész térfogata nem lehet nulla.

Két lépésre van szükség. Először vigyük a dugattyút gyorsan a bal oldali térrész negyedébe. Ekkor a két térrészben

a térfogatok:	0,25 V ,	1,75 V ,
a hőmérsékletek:	688 K,	188 K,
a nyomások:	10,1 atm,	0,39 atm.

Ezután várjuk meg a hőmérséklet kiegyenlítődését, ami lehetséges, hiszen a dugattyú anyaga kissé hővezető. A létrejövő közös hőmérséklet a számtani középérték, mert a gázok tömege egyenlő. A hőmérséklet mindegyik térrészben 438 K lesz. Ezután átlökjük a dugattyút a jobb oldali térfél negyedébe, ekkor

a térfogatok:	1,75 V ,	0,25 V ,
a hőmérsékletek:	120 K,	1602 K,
a nyomások:	0,25 atm,	23,5 atm.

Ezzel elértük a kívánt lehűtést. Amennyiben nagyobb térfogatváltozásokat hozunk létre, a lehűlés még nagyobb. Ismételt dugattyúmozgatással az eredmény mindig rosszabb lesz, mert minden mozgatással munkát végzünk, ami emeli az átlaghőmérsékletet.

3. Egy párhuzamosan elhelyezett lemezekből álló kondenzátor fel van töltve (3. ábra). A lemezek alsó széle alatt kis iránytű áll. Ezután a lemezek tetejére helyezett pálcával a kondenzátort kisütjük. Hogyan viselkedik a kisülés közben az iránytű?

1985-02-083-2.eps

3. ábra

(Radnai Gyula)

Megoldás. A pálcában haladó kisütő áram a jobbkéz-szabály szerint az északi pólust a papír síkjára merőlegesen befelé nyomja mágneses erejénél fogva. A feladat lényege azonban az ún. eltolási áram szerepének tisztázása.

1985-02-083-3.eps

4. ábra

Maxwell a múlt század második felében feltételezte, hogy az elektromos térerő időbeli változása a közönséges elektromos áramhoz hasonlóan mágneses erőket okoz a környezetében. Vizsgáljunk egy kondenzátort, amelyet I áram folyamatosan feltölt (4. ábra)! Ezen I áram a környezetében mágneses erőket hoz létre. Közben a kondenzátor terében az E elektromos térerő időben folyamatosan növekszik. Maxwell feltételezte, hogy az A felszíni felületre merőleges, időben változó elektromos térerő olyan mágneses teret hoz létre környezetében, mint az $\varepsilon_0 A \cdot (dE/dt)$ amper erősségű áram, amely esetünkben megegyezik a kondenzátort töltő vagy kisütő áram erősségével. Az állítás helyességét a kísérleti nehézségek miatt nem lehet közvetlenül megvizsgálni. Azonban az eltolási áram feltételezésével levezethető az elektromágneses hullámok tulajdonsága, és ezeket a tapasztalat igazolja. Így az időben változó elektromos térerő áramszerű viselkedésének létezése bizonyított.

Feladatunkban a balról jobbra mutató elektromos térerő időben csökken, az ún. eltolási áram a lemezek közötti térben jobbról balra mutat. Ennek mágneses ereje az északi pólust a jobbkéz-szabály szerint a papír síkjából ki akarja emelni, ellentétesen a pálcá áramának hatásával. Kérdés, melyik hatás erősebb. Ha például feltételezzük, hogy a kondenzátor lemezei kör alakúak, akkor az eltolási áram a tér minden részében közelebb van az iránytűhöz, mint a pálcá, ezért hatása erősebb: az iránytű északi pólusa ki akar emelkedni a papír síkjából.

A verseny eredménye

I. díjat kapott **Kós Géza**, a budapesti Berzsényi Dániel Gimnázium III. o. tanulója; Koltai Márta.

II. díjat hárman kaptak egyenlő helyezésben: **Csillag Péter**, a budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki Karának hallgatója, aki Budapesten a Landler Jenő Híradástechnikai Szakközépiskolában érettségizett; tanárai Darányi László és Szakács László voltak, **Czigler Zoltán** honvéd, aki a budapesti Radnóti Miklós Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint Stróbel Mária tanítványa és **Fáth Gábor** honvéd, aki a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint Horváth Gábor tanítványa.

III. díjat ketten kaptak egyenlő helyezésben: **Fodor Gyula**, a budapesti Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Karának fizikus hallgatója, aki a budapesti Móricz Zsigmond Gimnáziumban érettségizett mint Tarnócziné Gedeon Melitta tanítványa, és **Németh-Buhin Ákos**, a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára Tóth László.

Dicséretet hárman kaptak egyenlő helyezésben: **Frigó József** honvéd, aki Pécsen a Nagy Lajos Gimnáziumban érettségizett mint Tornóczy Tivadar tanítványa, **Rácz Attila**, a budapesti Semmelweis Orvostudományi Egyetem hallgatója, aki a soproni Berzsényi Dániel Gimnáziumban érettségizett mint Nagy Márton tanítványa, és **Szakállas Gyula** honvéd, aki Zalaegerszegen a Zrínyi Miklós Gimnáziumban érettségizett mint Gábor Győzőné tanítványa.

Vermes Miklós

Az Eötvös verseny 2. feladatához kapcsolódik az alábbi feladat, amelynek megoldását a következő számban közöljük:

A henger fala (és a dugattyú rúdja) tökéletesen hőszigetelő, a dugattyú anyaga valamelyest hővezető. Kezdetben mindegyik térfélben 1–1 mol hélium van $T_0 = 273$ K hőmérsékleten. A dugattyú igen lassú mozgásával a henger bal oldali részének térfogatát V_0 -ról V_1' -re csökkentjük. Mennyi ezután a hélium hőmérséklete a hengerben?

(Radnai Gyula)