A Kepler-törvényeket ismerve kezdhette tevékenységét az eddigi történelem talán legnagyobb fizikus lángelméje, Newton (1643-1727).

1985-01-033-1.eps

Nagyszerű megfigyelései, zseniális általánosításokat tartalmazó gondolatmenete, kifinomult érzéke a realitásokhoz és a matematikai leírásokhoz, kiemelkedő példája a fizikus gondolkodásnak, amelyben dialektikus egységre lel a megfigyelés, gondos kísérlet és az elmélet.

Newtont fiatal korától kezdve az a kérdés izgatta, hogy miért esnek le a testek a Földre, ha alátámasztásukat vagy felfüggesztésüket megszüntetik. Erre a kérdésre egyszerű direkt úton választ kapni lehetetlen. Ezért rendkívül gondos kutatómunkával kezdte tisztázni a testek mozgásának kérdését. Elemezte a mozgásállapot okait, különböző törvényszerűségeit. Mint mindig, ha a fizikában új elképzelés születik, neki is új matematikai módszert kellett kidolgoznia, amely alkalmas volt a mozgások leírására. Így lett egyik megalkotója a differenciálszámításnak is. Tevékenysége nyomán alakult ki az a nagy fejezete a fizikának, amit ma klasszikus mechanikának nevezünk.

A dinamika törvényszerűségeinek tisztázása során feltűnt Newtonnak, hogy az ún. centrális mozgásoknál a testhez húzott vezérsugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol. Ez a megállapítás megegyezett Kepler második törvényével. E felismerés kapcsán első feladat volt igazolni a tétel megfordítását, tehát azt, hogy ha a területi sebesség állandó, akkor a mozgás centrális, ami annyit jelent, hogy az erő egy pont felé mutat, vagy attól elirányul. A bizonyításhoz Newton az impulzusmomentum tételét használta fel*:

$$\mathbf{N}=[\mathbf{r},m\mathbf{v}]=m\left[\mathbf{r},\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}\right]=m\frac{[\mathbf{r},\Delta\mathbf{r}]}{\Delta t},$$

$$N=m\frac{|[\mathbf{r},\Delta\mathbf{r}]|}{\Delta t}=2m\frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

1985-01-033-2.eps

Mivel a területi sebesség állandó, így az impulzusmomentum nagysága is állandó. Síkmozgásról lévén szó, $\mathbf{N}$ iránya merőleges a pálya síkjára, tehát szintén állandó. Így az impulzusmomentum-vektor időben állandó.

Mivel az impulzusmomentum tétele szerint az impulzusmomentum idő szerinti differenciál-hányadosa egyenlő az $\mathbf{F}$ erő momentumával, következik, hogy

$$\frac{\Delta\mathbf{N}}{\Delta t}=[\mathbf{r},\mathbf{F}]=\mathbf{M}=\mathbf{0}.$$

Ebből adódik, hogy centrális mozgásról van szó, azaz az erő iránya vagy a Nap felé mutat, vagy azzal ellentétes irányú.

Kepler első törvényéből azonban Newton tudta, hogy a bolygók ellipszis pályán keringenek – az ellipszis pedig zárt görbe –, azt nem tarthatja fenn taszító erő. Így egyértelmű volt, hogy a bolygókra ható erő a Nap felé irányul, és feltehetően attól származik. Megjegyezzük, hogy vonzóerő esetén a pálya lehet nyílt és zárt. Pl. egy, a Napunk közelében elhaladó üstökös éppen a Nap vonzó hatására mozoghat hiperbola pályán. Taszító erő esetén azonban csak nyílt görbe alakulhat ki.

Kepler I. és II. törvényéből Newton kiszámította, hogy egy bolygó gyorsulásának nagysága fordítva arányos a Naptól mért r távolságának négyzetével. A gyorsulásra a következő eredményt kapta:

$$a=\frac{4\left(\dfrac{\Delta A}{\Delta t}\right)^2}{\dfrac{B^2}{A}}\cdot\frac{1}{r^2}=\frac{K}{r^2},$$

ahol A az ellipszis fél nagy-, B a fél kis tengelye és

$$K=\frac{4\left(\dfrac{\Delta A}{\Delta t}\right)^2}{\dfrac{B^2}{A}}.$$

Első pillanatra úgy tűnik, mintha az arányossági tényező minden bolygóra más és más volna. Egyszerű számolás meggyőz azonban arról – Kepler III. törvényének ismeretében –, hogy az arányossági tényező minden bolygóra azonos. Mivel a kölcsönhatásban az összes bolygóra a Nap az azonos partner, így nyilván ez a tényező arra jellemző. Ezzel felírhatjuk bármelyik bolygóra az erő nagyságát, mert

$$\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{AB\pi}{T},$$

*A szögletes zárójel a vektorális szorzatot jelöli.

így

$$K = \frac{4\pi^2 A^2 B^2}{T^2} \cdot \frac{A}{B^2} = 4\pi^2 \frac{A^3}{T^2},$$

így

$$F = m_b \frac{K_n}{r^2},$$

ahol m_b a bolygó tömege, K_n az előbbi, Napra jellemző arányossági tényező.

Ez a megállapítás rendkívül jelentős. Azt mutatja, hogy az erő többek közt arányos a bolygó tömegével. Ilyen, a tömeghez mintegy hozzá igazodó erőtörvénnyel a korábbiakban csak a szabadesésnél és a tehetetlenségi erőknél lehetett találkozni.

Newton azonban nagyon jól tudta, hogy két test egymásra hatása mindig kölcsönös, tehát a K_n arányossági tényező arányos a Nap m_n tömegével. Így az is természetes, hogy a bolygókra jellemzően hasonló állandókat írhatunk fel $(K_{b1}, K_{b2}, \ldots)$, és egyenlővé tehetjük a Nap bolygókra gyakorolt erőhatását a bolygók Napra gyakorolt hatásával:

$$\frac{K_n}{r^2}\, m_{b1} = \frac{K_{b1}}{r^2}\, m_n, \quad \text{ebből} \quad \frac{K_n}{m_n} = \frac{K_{b1}}{m_b},$$

azaz

$$\frac{K_n}{m_n} = \frac{K_{b1}}{m_{b1}} = \frac{K_{b2}}{m_{b2}} = \ldots = \gamma.$$

Az itt kapott γ egyelőre a Napra és minden bolygóra jellemző állandó. Ebből adódik, hogy

$$K_n = \gamma m_n, \qquad F = \gamma \frac{m_n m_b}{r^2}.$$

Mindezek után a következő tény összegeződött. A Nap és minden bolygó a megismert törvény szerinti kölcsönhatásban van egymással. Ezek után kézenfekvő arra gondolni, hogy a bolygók és holdjaik között ugyanilyen kölcsönhatás érvényesül. Akkor pedig Földünk holdját, a Holdat is ugyanilyen erő tartja pályáján. Newton ezen elgondolkozva arra a következtetésre jutott, hogy a Föld nemcsak a Holdra, hanem bármely más testre is hasonló törvényszerűség szerint vonzást gyakorol. Így kézenfekvő lenne, hogy a testek esését ugyanez az erő okozza. Ezt a megállapítást viszont méréssel és számolással ellenőrizni lehet. Ha ugyanis neki, Newtonnak igaza van, akkor a Hold centripetális gyorsulása (a_{Hcp}) meg kell hogy egyezzen egy, a Hold távolságban levő test gravitációs gyorsulásával (a_{Hg}). (A gravitációs gyorsulás (g_{grav}) eltér a Föld felszínén értelmezett nehézségi gyorsulástól, mert e nehézségi gyorsulást meg kell fosztanunk a Föld forgásából származó tehetetlenségi erők okozta „sallangjaitól”.)

A Hold keringési ideje és a Földtől mért távolsága, valamint a nehézségi gyorsulás már ismert volt, és így Newton elvégezhette a szükséges számolásokat. Szomorúan állapította meg, hogy nem sikerült a várt eredményre jutnia. Newton emberi nagyságát és becsületességét dicséri, hogy 10 éven keresztül nem publikálta elgondolását e bizonyíték hiánya miatt, holott meg volt győződve igazáról. A bajt az okozta, hogy abban az időben nem ismerték kellő pontossággal a Föld–Hold távolságot. Az eltelt 10 év alatt a csillagászok tisztán saját érdeklődésükből újabb méréseket végeztek, és így Newton végre pontosabb távolságadathoz jutott. Kereken úgy mondhatnánk, hogy a Föld–Hold távolság 60 földsugárnak adódott: $s_{HF} = 60\ R_F$.

Itt jegyezzük meg, hogy századunkban egy kiváló magyar kísérleti fizikus, Bay Zoltán, radar segítségével történt rendkívül pontos Föld–Hold távolság mérésével szerzett magának világhírnevet.

Az említett adat birtokában Newton ismét elvégezte az alábbi számítást:

$$\frac{g_{grav}}{a_{Hg}} = \frac{(60R_F)^2}{R_F^2} = 3600.$$

$$a_{Hcp} = \omega_H^2 \cdot 60R_F = \left(\frac{2\pi}{T_H}\right)^2 \cdot 60R_F.$$

Felhasználva a $T_H = 2,361 \cdot 10^6$ s, $R_F = 6,367 \cdot 10^6$ m értékeket, $a_{Hcp} = 27 \cdot 10^{-4}$ m/s^2, $g_{grav} = 9,823$ m/s^2, így

$$\frac{g_{grav}}{a_{Hcp}} = \frac{9,823}{27 \cdot 10^{-4}} = 3638,$$

és ez már igen jól egyezik a várt értékkel.

E nagyszerű eredmény után Newton megtette az általánosítás utolsó lépését is. Azt mondta, hogy ha ez az erő Nap és bolygók, bolygók és holdak, bolygó és bármely test között fellép, akkor nyilván bármely két test is ugyanilyen törvényszerűség szerint kölcsönhat egymással. Akkor pedig felírható:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Ezzel természetesen a γ állandó is univerzális állandóvá lép elő. Így született meg az általános gravitáció törvénye.

Newton tisztában volt azzal, hogy a megállapított törvény csak akkor lesz számolásra alkalmas, ha az univerzális állandó számértékét ismerjük. Ez pedig csak méréssel határozható meg. Megpróbálkozott ezzel a feladattal is, de a gravitáció a leggyengébb kölcsönhatások közé tartozik, és ezt a problémát már nem tudta megoldani. A nagy fontosságú mérést 71 évvel Newton halála után, 1798-ban H. Cavendish végezte el torziós ingával.

Mérése alapján a következő eredmény adódott:

$$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}^3\ \mathrm{kg}^{-1}\mathrm{s}^{-2}.$$

Cavendish tevékenysége ugyancsak a tudományosan gondolkodó elme nagyságát dicséri. Laboratóriumában egy viszonylag egyszerű eszközzel gondos, pontos munkával olyan eredmény birtokába juttatta az emberiséget, amely lehetővé tette a Nap és a bolygók tömegének meghatározását, a Föld átlagsűrűségének megállapítását és ezzel következtetést a Föld belsejében levő anyagok anyagi minőségére. Ha ezt megelőzően egy tudóstól azt kérdezték volna, hogy mondja meg, mennyi pl. a Mars tömege, a kérdezőt nyilván őrültnek tartotta volna.

Az így teljessé tett tömegvonzás törvényéből most már levezethetővé váltak a Kepler-törvények. Érthető okát tudták adni a Kepler-törvényektől korábban már tapasztalt kisebb eltéréseknek is. A bolygók mozgásuk során ugyanis nemcsak a Nappal, hanem egymással is kölcsönhatásban vannak. Ez okozza az eltéréseket. A természet törvényeinek kutatásában így ölelkezik egymással a megfigyelő, jelenségeket tapasztaló és mérő kísérleti fizika az elméleti fizikával.

Newton érdeméhez még az is hozzá tartozik, hogy felismerte az általános gravitáció törvényének megfogalmazásakor a tömeg értelmezésének kettősségét. Problémát okozott számára is a tehetetlen és a gravitáló tömeg fogalmi különbözősége.

E két tömeg értékének egyenlőségét Eötvös Loránd méréseivel igen nagy pontossággal mutatta ki, és ezek az eredmények tapasztalati alapját képezték egy új, nagyszerű elgondolásnak, Einstein általános relativitáselméletének, amely épp a gravitáció kérdését helyezte új megvilágításba. Ez azonban már egy más izgalmas fejezete a fizikának.