

Huszonöt évvel az első, Bukarestben megrendezett verseny után minden eddiginél népesebb mezőny gyűlt össze Prágában, ahol június 29. és július 10. között rendezték meg a XXV. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát. Öt világrész 34 országából 192 diák érkezett a csehszlovák fővárosba.

A részt vevő országok: Algéria, Amerikai Egyesült Államok, Ausztria, Ausztrália, Belgium, Brazília, Bulgária, Ciprus, Csehszlovákia, Finnország, Franciaország, Görögország, Hollandia, Jugoszlávia, Kanada, Kolumbia, Kuba, Kuwait, Lengyelország, Luxemburg, Magyarország, Marokkó, Mongólia, Nagy-Britannia, Német Demokratikus Köztársaság, Német Szövetségi Köztársaság, Norvégia, Olaszország, Románia, Spanyolország, Svédország, Szovjetunió, Tunézia, Vietnam.

A csapatok 6–6 főből álltak, kivéve Algériát (4), illetve hagyományosan „egyszemélyes” Luxemburgot (1), és az első ízben szereplő Norvégiát (1).

A magyar csapat tagjai:

Erdős László, a budapesti Berzsényi Dániel Gimnázium IV. osztályos tanulója. *Tanárai:* Urbán János, Herczeg János.

Kós Géza, a budapesti Berzsényi Dániel Gimnázium IV. osztályos tanulója. *Tanárai:* Bényei Károly, Pataki János.

Magyar Ákos, a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója. *Tanárai:* Surányi László, Vincze Márta.

Megyesi Gábor, a szegedi Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulója. *Tanárai:* Csúri József, Seres Lászlóné.

Mócsy Miklós, a budapesti I. István Gimnázium IV. osztályos tanulója. *Tanára:* Laczkó László.

Szabó Zoltán, a budapesti I. István Gimnázium IV. osztályos tanulója. *Tanára:* Laczkó László.

Bár a csapathoz csak július 2.-án, hétfőn csatlakozott Erdős László, aki a stockholmi fizikai diákolimpiáról érkezett, a hétfő reggeli indulásnál a repülőtéren jó néhányan felismerték a csapat „tévés személyiségeit”, Megyesi Gábort, az ez évi matematika KI MIBEN TUDÓS? vetélkedő győztesét és a döntők további szereplőit, Mócsy Miklóst és Szabó Zoltánt, valamint a magyar csapat felkészülését immár 20 éve vezető Reiman Istvánt.

Az Olimpia megnyitója július 3-án délután volt a több mint 600 éve alapított Károly Egyetem dísztermében. A verseny az ezt követő két napon, július 4-én és 5-én zajlott, mindkét napon 3–3 feladatot kellett megoldaniuk a versenyzőknek; 8-tól 1/2 1-ig.

Az alábbi feladatsort a meghívott országok által korábban beküldött javaslatok alapján a verseny előtti napokban állította össze a nemzetközi zsűri, amelybe minden résztvevő állam egy tagot delegált. A zsűri magyar tagja Hódi Endre, küldöttségünk vezetője volt.

1. Legyenek x , y és z olyan nem-negatív valós számok, amelyekre fennáll, hogy

$$x + y + z = 1.$$

Bizonyítsuk be az alábbi kettős egyenlőtlenséget:

$$0 \leq xy + yz + zx - 2xyz \leq \frac{7}{27}.$$

(7 pont)

(NSZK)

2. Adjunk meg olyan, pozitív egész számokból álló a , b számpárt, amely eleget tesz a következő feltételeknek:

(1) Az $ab(a+b)$ szám nem osztható 7-tel;

(2) $(a+b)^7 - a^7 - b^7$ osztható 7^7 -nel.

Indokoljuk meg a választ!

(7 pont)

(Hollandia)

3. Adott a síkban két különböző pont: O és A . Jelentse $w(x)$ a sík minden $x \neq O$ pontjára nézve az AOX ívmértékét az óramutató járásával ellenkező irányban mérve ($0 \leq w(x) < 2\pi$). Jelölje továbbá $C(X)$ azt a körvonalat, amelynek középpontja O , sugarának hossza pedig $OX + \frac{w(X)}{OX}$. Legyen adva véges sok szín, és színezzük ki a sík minden pontját ezek egyikével! Bizonyítsuk be, hogy van olyan Y pont, amelyre $w(Y) > 0$, és amelynek színe előfordul a $C(Y)$ körvonalon!

(7 pont)

(Románia)

4. Egy $ABCD$ konvex négyszögben legyen a CD egyenes érintője az AB átmérőjű körnek. Bizonyítsuk be, hogy az AB egyenes akkor és csak akkor érinti a CD átmérőjű kört, ha a BC és az AD egyenesek párhuzamosak.

(7 pont)

(Románia)

5. Legyen egy síkbeli konvex n -szög ($n > 3$) kerülete p , összes átlója hosszának összege pedig d .

Bizonyítsuk be, hogy

$$n - 3 < \frac{2d}{p} < \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \cdot \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil - 2.$$

(7 pont)

(Mongólia)

6. Legyenek a, b, c, d olyan páratlan egész számok, amelyekre

(1) $0 < a < b < c < d$,

(2) $ad = bc$, és

(3) alkalmas k, m egész számokkal érvényesek az

$$a + d = 2^k,$$

$$\text{valamint } b + c = 2^m \text{ egyenlőségek!}$$

Bizonyítsuk be, hogy ekkor $a = 1$.

(7 pont)

(Lengyelország)

*

Míg a magyar csapat rögtönzött nemzetközi bridzsversenynen pihente ki a fáradságát, a zsűri tagjai már az első versenynap délutánján hozzákezdtek saját csapatuk dolgozatainak javításához. A versenyzők anyanyelvükön kapták meg a feladatokat és írták meg a dolgozatokat. A javított dolgozatok a második versenynap délelőttjétől kezdve pontos menetrend szerint kerültek az úgynevezett koordinátor-bizottságok elé, ahol végül eldőlt, melyik megoldás hány pontot ér. Szombat délutántól késő éjszakáig tartó ülésén a zsűri megvitatta a nyitva maradt kérdéseket, továbbá döntött a díjak odaítéléséről. Eszerint első díjban részesült az a 14 versenyző, akinek összpontszáma elérte 40-et, második díjat kaptak azok, akiknek pontszáma 26 és 39 közé esett, szám szerint 35-en, végül harmadik díjat kaptak 49-en, azok, akik legalább 17 és legfeljebb 25 pontot szereztek. A zsűri ezen kívül F. Nazarov szovjet versenyzőnek az 5. feladatra adott megoldását különdíjjal jutalmazta.

A feladatok nehézségi foka nem haladta meg az átlagost, a mezőny jó felkészültségét mutatja, hogy nyolcan: 1–1 bolgár, román, NDK-beli, amerikai, vietnami és 3 szovjet versenyző, elérték a maximális 42 pontot.

A magyar diákok igen jól szerepeltek. *Mócsy Miklós* 40 ponttal első, *Megyesi Gábor* 37, *Szabó Zoltán* 35, *Kós Géza* 34, *Magyar Ákos* 28 ponttal második, *Erdős László* pedig 21 ponttal harmadik díjat szerzett.

Az immár hivatalos, nemzetek közötti pontversenyben csapatunk – az Egyesült Államok csapatával együtt holtversenyben – a 4–5. helyen végzett. Az alábbi táblázat az egyes országok díjazottjainak a számát és a megszerzett pontszámokat mutatja. Látható, hogy a nagy fölénnyel vezető szovjet csapat mögött igen szorosan alakult a verseny. Némi meglepetés Bulgáriának és Mongóliának a korábbi években megszokottnál sokkal jobb teljesítménye.

Ország	I.	II.	III.	Pont- szám	Ország	I.	II.	III.	Pont- szám
Szovjetunió	5	1	–	235	Brazília	–	–	3	92
Bulgária	2	3	1	203	Görögország	–	1	–	88
Románia	2	2	2	199	Kanada	–	–	1	83
Magyarország	1	4	1	199	Kolumbia	–	–	2	80
USA	1	4	1	195	Kuba	–	–	1	67
Nagy-Britannia	1	3	1	169	Belgium	–	–	1	56
Vietnam	1	2	3	162	Marokkó	–	–	1	56
NDK	1	2	3	161	Svédország	–	–	–	53
NSZK	–	2	4	150	Ciprus	–	–	1	47
Mongólia	–	3	2	146	Spanyolország	–	–	–	43
Lengyelország	–	1	5	140	Algéria	–	–	–	36
Franciaország	–	2	2	126	Finnország	–	–	–	31
Csehszlovákia	–	2	2	125	Tunézia	–	–	–	29
Jugoszlávia	–	–	4	105	Norvégia	–	–	1	24
Ausztália	–	1	2	103	Luxemburg	–	–	1	22
Ausztria	–	1	2	97	Kuwait	–	–	–	9
Hollandia	–	1	2	93	Olaszország	–	–	–	0

A versenyek után a hétfői eredményhirdetésig még három színes napot töltöttünk Prágában és környékén. Láthattuk a 30 éves háború eseményeit felidéző történelmi lovasjátékot, megnéztük a híres prágai Laterna Magicát, szombaton délután pedig – ezúttal különféle matematikai játékokban – ismét összemérték tudásukat a csapatok.

A matematikai diákolimpiák 25 éves történetét bemutató kiállításon megtudhattuk, hogy legrégebben – 1864 óta – Franciaországban rendeznek középiskolai matematikai versenyeket; Marokkóban viszont tavaly rendezték az első.

Július 8-án, vasárnap egész napos buszkiránduláson vettünk részt. IV. Károly (német-római császár) gyönyörű fekvésű kastélyát látogattuk meg Karlštejnben, majd délután a koněprusy-i cseppkőbarlang egy részét jártuk be.

A záróünnepély és a díjak átadása július 9-én, hétfőn délután volt. Ennek végén a hagyományokhoz híven a jövő évi olimpia rendezőinek nevében a finn küldöttség vezetője kívánt sok sikert mindenkinek: azoknak, akiknek ez volt az utolsó találkozásuk az elemi matematikával és azoknak is, akik még készülhetnek a Finnországban rendezendő XXVI. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiára.