

## Mérőlapok felvételire

### II.

Az 1983-as évben új felvételi rendszer kezdődik. Ennek egyik lényeges eleme, hogy a gimnáziumokból jelentkezőknek III. és IV. osztályban év végén szerzett matematika, magyar nyelv és irodalom, történelem, idegen nyelv, fizika (biológia, kémia, földrajz, másik idegen nyelv – a tanuló választása szerint) érdemjegyei kerülnek beszámításra.

Így a felvételi vizsga összpontszámát a fent említett „hozott pontok” és a felvételi pontok összege adja. Így a hozott pontok száma maximum 60, a szerezhető (írásbeli és szóbeli együtt) 60, azaz összesen maximum 120 pont.

Matematikából közös érettségi–felvételi írásbeli vizsgák lesznek, ezek 8, fokozatosan nehezedő feladattal állnak.

Ehhez hasonló az alábbi feladatsor. Tanácsoljuk a megoldóknak, hogy a megoldást időre végezzék el. A megoldásra és leírásra fordítható idő összesen 180 perc.

\*

1. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának hossza 24, szárainak hossza 20 egység. Mekkora a háromszög súlypontjának a háromszög köré írt kör középpontjától mért távolsága?

2. Oldja meg a következő egyenleteket!

a)  $\sqrt{\frac{x}{1+x}} + \sqrt{\frac{1+x}{x}} = \frac{5}{2}$ ;

b)  $\operatorname{ctg} x + \frac{1}{\sin x} = \operatorname{tg} x$ ;

c)  $2 \log_4(4-x) = 4 - \log_2(-x-2)$ .

3. Az  $ABC$  derékszögű háromszög átfogója  $AB = 2$  egység. Az  $AC$  befogó felezőpontja  $B_1$ , a  $BC$  befogó felezőpontja  $A_1$ . Mekkora az  $AB_1A_1B$  négyszög köré írt kör sugara, ha ez a négyszög húrnégyszög?

4. Tekintsük a

$$(4x^2 - 4(a-2)x + a)(4x^2 - 4ax + 3a - 2) = 0$$

egyenletet. Határozza meg az  $a$  valós paraméter értékét úgy, hogy az egyenletnek minden gyöke valós legyen!

5. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely a  $2x + y = 19$  egyenletű egyenest a 7 abszcisszájú pontjában érinti és a koordináta-tengelyekből egyenlő húrokat metsz ki!

6. Egy derékszögű trapéz kerülete 4 egység, hegyesszöge  $45^\circ$ . Hogyan kell megválasztani a trapéz magasságát, hogy a trapéz területe maximális legyen? Mekkora a maximális terület?

7. Egy háromszög oldalai:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Igazolja, hogy ha

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c},$$

akkor a  $b$  oldallal szemközti szög  $60^\circ$ ! Fogalmazza meg az állítás megfordítását és igazolja azt is!

8. A  $k_1$  és  $k_2$  körök metszéspontjai  $A$  és  $B$ . A  $k_1$  körhöz az  $A$  pontban húzott érintő a  $k_2$  kört a  $C$  pontban, a  $k_2$  körhöz a  $B$  pontban húzott érintő a  $k_1$  kört a  $D$  pontban metszi. Igazolja, hogy

$$AB^2 = AD \cdot BC \quad \text{és} \quad BD^2 \cdot BC = AC^2 \cdot AD!$$