

1. ábra

1. Egy fénycsövet 50 Hz-es váltakozó áramú hálózatra kapcsolunk (1. ábra). Működés közben a következő adatokat mérjük:

hálózati feszültség	$U = 228,5 \text{ V},$
áramerősség	$I = 0,60 \text{ A}$
feszültség a fényerő két vége között	$U' = 84 \text{ V},$
a soros fojtótekercs ohmikus ellenállása	$R_d = 36,3 \text{ } \Omega.$

Számításainkban magát a fénycsövet tiszta ohmikus ellenállásúnak tekinthetjük.

- Mekkora a fojtótekercs L önindukciós együtthatója?
- Mekkora a φ fáziseltolódás a feszültség és az áram között?
- Mekkora az áramkör által felvett teljesítmény?
- Azon kívül, hogy a fojtótekercs korlátozza az áramot, más fontos szerepe is van. Mi ez?

Megjegyzés. A fénycsőgyűjtő szerkezet egy olyan kapcsoló, amely a hálózati feszültség bekapcsolásakor zárja, majd nyitja az áramkört, és ezután nyitva is marad, ha a fénycső már világít.

- Rajzoljuk meg a működő állapotban levő fénycső fényintenzitását mint az idő függvényét kvantitatív időskálával!
- Miért kell csupán egyszer begyűjtani a fénycsövet, noha a váltakozó áram szabályos időközönként átmegy a nulla értéken?
- A gyárban adott útmutató szerint egy kb. $4,7 \text{ } \mu\text{F}$ -os kondenzátort lehet sorbakapcsolni a fojtótekercssel. Hogyan hat ez a fénycső működésére, és miért jó ez?
- Vizsgáljuk meg az adott fénycső két felét az adott spektroszkóppal. (A fénycső egyik felén van csak lumineszkáló bevonat.) Magyarazzuk meg a két spektrum közti különbséget!

Megoldás. (A továbbiakban a hivatalos pontozást is feltüntetjük.) Az *a*), *b*) és *c*) ponthoz a váltakozó áramra vonatkozó összefüggések érvényesek.

- A teljes impedancia $Z = 380,8 \text{ } \Omega$. A cső ohmos ellenállása $R_F = 140 \text{ } \Omega$, a teljes ohmos ellenállás $R = 166,3 \text{ } \Omega$. Ebből az ismert összefüggéssel

$$\omega L = \sqrt{Z^2 - R^2} = 342,6 \text{ } \Omega,$$

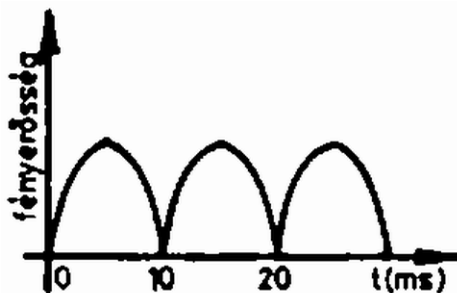
amiből $L = 1,09 \text{ H}.$ 2 pont

- $\tan \varphi = (\omega L)/R$, amiből $\varphi = 64,1^\circ.$ 1 pont

- A teljesítmény $P = UI \cos \varphi = 59,8 \text{ W}.$ 1 pont

d) Amikor a gyűjtő zár, áram folyik rajta és ez izzítja a fénycső két végén levő izzószálat. A gyűjtő kikapcsolásakor a tekercsen nagy feszültség indukálódik, ami begyűjtja a csövet. A működési folyamat fenntartásához a hálózati feszültség már elegendő. 1 pont

- Az 50 Hz-es hálózatról táplált fénycső másodpercenként 100-szor kialszik, aztán újból világít. Az ennek megfelelő grafikont mutatja a 2. ábra. (A fénycsövet most nem tekinthetjük ohmikus ellenállásúnak!) 1 pont



2. ábra

f) A begyűjtáskor az izzószál és az első impulzus sok iont és szabad elektront hoz létre. Ezeknek a semlegesítődéséhez elég sok idő kell. Az újragyűjtáshoz szükséges töltéshordozók a feszültség újbóli megjelenésekor még rendelkezésre állnak.

1 pont

g) A $4,7 \mu F$ -os kondenzátor impedanciája

$$(\omega C)^{-1} = 677,3 \Omega,$$

ami körülbelül duplája a fojtótekercs impedanciájának. Ezért a kondenzátor a fázisszög előjelét változtatja meg. Az eredő impedancia:

$$Z' = \sqrt{[\omega L - 1/(\omega C)]^2 + R^2} = 373,7 \Omega,$$

közel azonos a kondenzátor nélküli impedanciával, tehát az áramerősség ugyanakkora.

Ha minden második fénycső elé ilyen „fázisjavító” kondenzátort kötünk, akkor nem lesz eredő fázistolás.

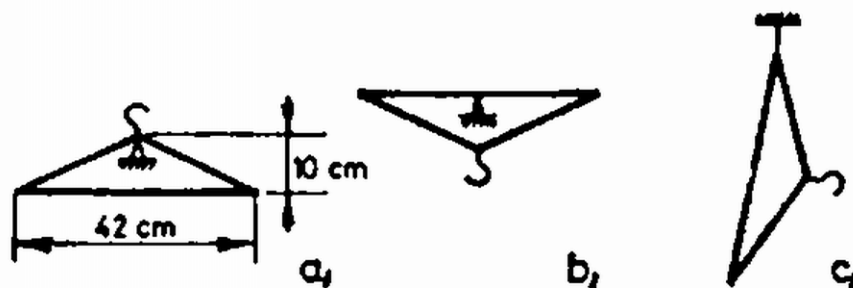
A nagy fázistolás veszteségeket okoz a tápvezetéken, és az erőművekben. Ezek a kondenzátorok ezt szüntetik meg.

2 pont

h) A cső lumineszkáló bevonattal be nem borított felén a Hg-gőz vonalas spektruma látható. A bevonattal ellátott részben ezen kívül még folytonos spektrumot látunk. A Hg ultraibolya sugárzása ugyanis gerjeszti a szilárd bevonatot, amely mint általában a szilárd anyagok, folytonos spektrummal rendelkezik.

1 pont

2. Egy drótból készült ruhafogas kis amplitúdójú lengéseket végez az ábra síkjában a lerajzolt egyensúlyi helyzetek körül (3. ábra). Az a) és a b) helyzetben a fogas hosszú oldala vízszintes. A másik két oldal egyenlő hosszú. A lengésidő mindhárom esetben azonos. Hol a tömegközéppont és mekkora a lengésidő? (Az ábra a megadott adatokon kívül információt nem tartalmaz.)



3. ábra

Megoldás. A fizikai inga lengésideje:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}$$

1,5 pont

ahol Θ a felfüggesztési pontra vonatkozó tehetetlenségi nyomaték, s a súlypont felfüggesztési ponttól mért távolsága. A tehetetlenségi nyomaték a Steiner tétel szerint

$$\Theta = \Theta_0 + ms^2,$$

ahol Θ_0 a tömegközéppontra vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték.

1,5 pont

Az előző két összefüggés alapján

$$ms^2 - \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mgs + \Theta_0 = 0.$$

E másodfokú egyenletnek csak két gyöke lehet. Legyen a három esetben a tengely és a tömegközéppont távolsága rendre S_a , S_b és S_c (4. ábra). Ebből kettőnek meg kell egyeznie.



4. ábra

$$S_c > 21 \text{ cm} > S_a + S_b = 10 \text{ cm},$$

tehát

$$S_a = S_b\text{-vel},$$

így a 4. ábra alapján

$$S_a = S_b = 5 \text{ cm} ,$$

$$S_c = \sqrt{(21 \text{ cm})^2 + (5 \text{ cm})^2} = 21,5 \text{ cm}. \quad 3 \text{ pont}$$

A gyökök és együttthatók közti összefüggés alapján

$$S_a + S_c = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g, \quad 2 \text{ pont}$$

amiből

$$T = 1,03 \text{ s}. \quad 1 \text{ pont}$$

3. A $V_B = 1,10 \text{ m}^3$ állandó térfogatú hőléggallon alul nyitott. A ballon anyagának térfogata elhanyagolható V_B mellett és tömege $m_H = 0,187 \text{ kg}$. Kezdetben a külső levegő hőmérséklete $\theta_1 = 20^\circ \text{C}$, és a külső légnyomás $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Ilyen körülmények között a levegő sűrűsége $\varrho_1 = 1,20 \text{ kg/m}^3$.

a) Milyen θ_2 hőmérsékletre kell felmelegíteni a ballonban levő levegőt, hogy a ballon éppen lebegjen?

b) A ballont a talajhoz rögzítjük és a benne levő levegőt állandóan $\theta_3 = 110^\circ \text{C}$ hőmérsékleten tartjuk. Mekkora erő feszíti a rögzítő kötelet?

c) A ballont alul bekötjük, de a benne levő levegő állandóan $\theta_3 = 110^\circ \text{C}$ -os marad. Így a ballonban levő levegő sűrűsége is állandó. A ballon 20°C -os izoterm atmoszférában emelkedik. Mekkora egyensúlyi h magasságra emelkedik a ballon ilyen körülmények között?

d) A h magasságban a ballont $\Delta h = 10 \text{ m}$ -rel kimozdítjuk egyensúlyi helyzetéből, majd ismét elengedjük. Milyen típusú mozgást végez a ballon?

Megoldás. a) Először kiszámítjuk a ballonban levő levegő sűrűségét lebegéskor. A lebegés feltétele:

$$m_2 g + m_H g = m_1 g,$$

ahol m_2 a ballonban levő levegő, m_1 a θ hőmérsékletű levegő tömege. Mivel

$$m_1 = \varrho_1 V_B, \quad m_2 = \varrho_2 V_B, \quad 1 \text{ pont}$$

$$\varrho_2 = \varrho_1 - m_H / V_B.$$

Számértékekkel

$$\varrho_2 = 1,03 \text{ kg/m}^3. \quad 0,25 \text{ pont}$$

Az egyesített gáztörvényből, figyelembe véve, hogy a térfogat állandó:

$$\varrho_1 T_1 = \varrho_2 T_2, \quad 1,5 \text{ pont}$$

ahol

$$T_1 = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}.$$

Innen

$$T_2 = 341,3 \text{ K} = 68,4^\circ \text{C}. \quad 0,25 \text{ pont}$$

b) A kötelet feszítő erő (F_K) a felhajtóerő (F_F) és a léggömb súlyának (F_L) különbsége:

$$F_K = F_F - F_L, \quad 0,5 \text{ pont}$$

ahol

$$F_F = V_B \varrho_1 g, \quad \text{és} \quad F_L = m_H g + V_B \varrho_3 g.$$

Behelyettesítve

$$F_K = [V_B(\varrho_1 - \varrho_3) - m_H]g. \quad 0,5 \text{ pont}$$

Mivel

$$\varrho_3 = \varrho_1(T_1/T_3) = 0,918 \text{ kg/m}^3. \quad 0,5 \text{ pont}$$

ahol $T_3 = 383 \text{ K}$, F_K meghatározható:

$$F_K = 1,2 \text{ N}. \quad 0,5 \text{ pont}$$

A ballon addig emelkedik, amíg a súlya egyenlő lesz a felhajtóerővel:

$$\varrho_3 V_B + m_H = \varrho(h) V_B, \quad 1 \text{ pont}$$

ahol $\varrho(h)$ a külső levegő sűrűsége.

Ebből

$$\varrho(h) = \varrho_3 + \frac{m_H}{V_B} = 1,088 \text{ kg/m}^3. \quad 0,25 \text{ pont}$$

A barometrikus magasságformula szerint (1. Budó Ágoston: Kísérleti fizika)

$$\varrho(h) = \varrho_1 \cdot e^{-(\varrho_1/p_0)gh},$$

innen

$$h = \frac{p_0}{\varrho_1 g} \ln \frac{\varrho_1}{\varrho(h)}, \quad 1,5 \text{ pont}$$

ahol ϱ_1 a 0 magasságon mért sűrűség.

Számadatokkal:

$h = 843$ m adódik.

0,25 pont

d) Ha a ballont egyensúlyi helyzetéből kis mértékben kimozdítjuk, a visszatérítő erő lineáris lesz.

0,25 pont

Ennek hatására harmonikus rezgőmozgást végez.

1 pont

A hőlégballon mozgását erősen akadályozza a levegő közegellenállása, ezért a rezgőmozgás csillapított.

0,5 pont

Kísérleti feladatok

4. A méréshez csak az adott bikonvex lencse, síktükör, a csepegtető edényben levő víz, az optikai tárgy (ceruza) és az állítható szorítóval ellátott állvány használható.

1. Halározzuk meg 1% pontossággal a lencse fókusz távolságát!

2. Halározzuk meg a lencse anyagának törésmutatóját!

A víz törésmutatója $n_0 = 1,33$. A vékony lencse fókusz távolságát levegőben az

$$1/f = (n - 1)(1/r_1 - 1/r_2)$$

képlet adja, ahol n a lencse anyagának törésmutatója, r_1 és r_2 a felszín görbületi sugara. Szimmetrikus bikonvex lencsére $r_1 = -r_2 = r$, szimmetrikus bikonkáv lencsére $r_1 = -r_2 = -r$.

Megoldás. Hogy az 1%-os pontosságot elérjük, nem nagyon válogathatunk a módszerekben. Az alább leírt módszer teljesíti e feltételt.

Helyezzük a síktükört az állvány aljára, és fektessük rá a lencsét. A szorítóban levő tárgy (a ceruza) képét felülről látjuk.

1 pont

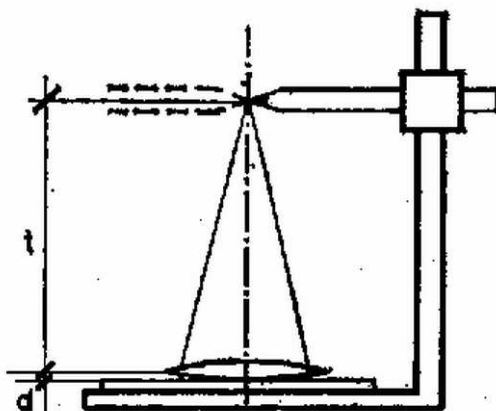
A kép helyét kell pontosan meghatározni. Ez akkor lehetséges, ha a tárgyat úgy helyezzük el, hogy képével egybeessék.

0,5

pont

Ebben az esetben fejünket mozgatva a tárgy és a kép relatív helyzete nem változik.

1 pont



5. ábra

Ekkor egy lencserendszerrel van dolgunk, amelynek fókusz távolsága

$$1/f = 1/f_L + 1/f_L = 2/f_L, \quad f = f_L/2,$$

mivel a fény kétszer halad át a lencsén. A tárgytávolság és képtávolság azonos (t), így

$$1/f = 1/t + 1/t, \quad \text{amiből} \quad f_L = t.$$

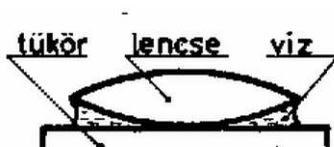
1 pont

A kép és a lencse vagy tükör távolságát többször lemérve láthatjuk, hogy a statisztikus hiba nincs egy százalék. A távolságnak 30 cm körüli értéket kapunk, és azt 1 – 2 mm pontossággal mérni is lehet. (Pontos adatokat itt nem közlünk, mert azok mérőhelyenként különbözőek voltak.)

1 pont

Szisztematikus hiba már van, mivel a lencse vastagsága 3 mm, ami már maga is 1%. Tehát a mért értékeket korrigálni kell (l. 5. ábra).

1 pont



6. ábra

A törésmutató meghatározásához még egy összefüggés kell, mert a bikonvex lencsére felírt

$$1/f_l = (n - 1)(2/r)$$

összefüggésben még r is ismeretlen. Ha pár csepp vizet öntünk a lencse és a tükör közé (l. 6. ábra), akkor az

$$1/f' = 1/f_L + 1/f_V$$

1 pont

összefüggéshez jutunk, ahol

$$1/f_V = -(n_V - 1)(1/r),$$

az egyik oldalról sík, másíkról konkáv lencse fókusz távolsága. Az előbbi módon meghatározva az összetett lencse f' fókusz távolságát, a törésmutatót az

$$n = \frac{f'(n_V - 1)}{2(f' - f_L)} + 1$$

0,5 pont

képlet határozza meg. A törésmutatóra az

$$n = 1,52$$

érték adódik kb. 3% szórással.

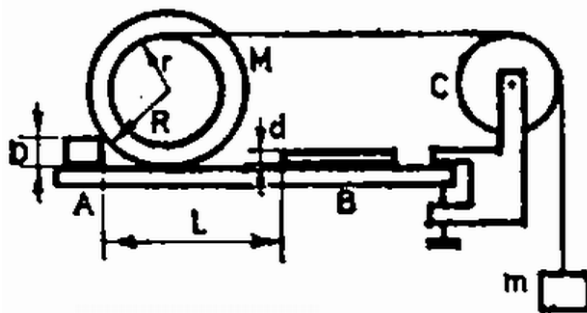
1 pont

5. A csúszásmentesen gördülő henger mozgását felbonthatjuk egy tengely körüli forgásra és a tömegközéppont vízszintes translációjára. Ebben a kísérletben közvetlenül csupán a translációs gyorsulás és az azt létrehozó erők határozhatók meg.

Az M tömegű, R sugarú hengert egy vízszintes deszkán helyezzük el. A hengert tengelyétől $r = r_i$ távolságban ($i = 1, \dots, 6$) egy fonál húzza (l. 7. ábrát). Miután a hengert elengedtük, egyenletes gyorsulással gördül.

Mielőtt a mérést elkezdjük, állítsuk be a deszkát vízszintesre papírdarabokkal. A jelen célnak megfelel, ha a deszka nem lejt 1 méterenként 1 milliméternél többet. Ez a lejtés megfelel a libella egy osztásának.

- Határozzuk meg kísérletileg a henger különböző r_i ($i = 1, \dots, 6$) távolságához tartozó a_i gyorsulásokat.
- A kapott a_i gyorsulásokból számoljuk ki a henger és a deszka között ható erőket!
- Ábrázoljuk az F_i értékeket az r_i függvényében! Diskutáljuk az eredményeket!
- Mi a következménye annak, ha a deszka nem vízszintes?
- Írjuk le a mellékmenységek meghatározását és a szükséges további beállításokat is! Adjuk meg, hogy a rossz beállítás hogyan befolyásolja az eredményeket!



7. ábra

A következő mennyiségek adottak:

$R = 5,00 \text{ cm}$	$r_1 = 0,75 \text{ cm}$
$M = 3,275 \text{ kg}$	$r_2 = 1,50 \text{ cm}$
$m = 2 \times 50 \text{ g}$	$r_3 = 2,25 \text{ cm}$
$D = 1,50 \text{ cm}$	$r_4 = 3,00 \text{ cm}$
$d = 0,1 \text{ mm}$	$r_5 = 3,75 \text{ cm}$
	$r_6 = 4,50 \text{ cm}$

A csiga (C) tömegétől és a súrlódástól a számolásnál el lehet tekinteni. A távolságot az adott mérőszalaggal, az időt elektronikus stopperrel mérjük.

Megoldás. Mielőtt elkezdjük a mérést, a fonalat vízszintesre és a mozgás irányába kell állítani. Ezt a csiga (C) mozgásával lehet elérni.

0,5 pont

A fonál beállítását elég szemmérték alapján elvégezni, mivel az eltérési hiba koszinuszával kell ilyen esetben korrekciót végezni, és a koszinusz függvény nem túl nagy szögekre még közel 1 (az eltérés csak másodrendű).

0,5 pont

Vigyázni kell a sík vízszintes beállítására. Az α szöggel helytelenül beállított sík esetében az mg húzóerőhöz $Mg \sin \alpha$ adódik hozzá.

1 pont

A henger elmozdulása a 7. ábra alapján

$$S = L - \sqrt{R^2 - (R - D)^2} - \sqrt{R^2 - (R - d)^2} = L - \sqrt{2RD - D^2} - \sqrt{2Rd - d^2},$$

ahol L mérhető.

A megadott számértékekkel

$$S = 39,2 \text{ cm} - 4,5 \text{ cm} = 34,7 \text{ cm}.$$

1 pont

A gyorsulásokat az

$$a = 2S/t^2$$

0,5 pont

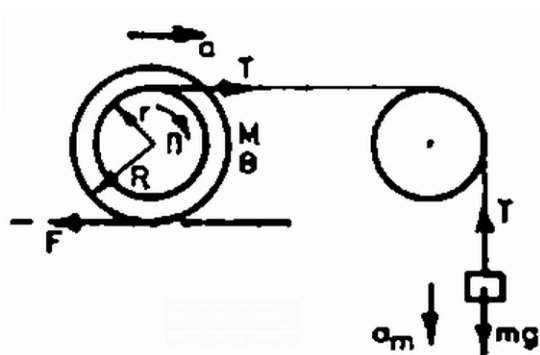
képletből lehet kiszámítani. Különböző r_i -khez tartozó időket mérünk, és belőlük meghatározzuk a gyorsulásokat. Ilyen mérési értékeket mutat a következő táblázat:

1 pont

$r(\text{cm})$	$t(\text{s})$			$(t)(\text{s})$	$a_2(\text{m/s}^2)$	$F(\text{N})$
0,75	1,81	1,82	1,82	1,816	0,211	0,266
1,5	1,71	1,72	1,73	1,720	0,235	0,181
2,25	1,63	1,63	1,64	1,633	0,261	0,090
3,0	1,56	1,56	1,57	1,563	0,284	0,004
3,75	1,51	1,51	1,52	1,513	0,304	-0,066
4,5	1,46	1,46	1,45	1,456	0,328	-0,154

Az időmérés pontossága az adatok alapján 0,5%, a távolságé 1% körül van, ezért a gyorsulás hibája mintegy 2%.
0,5 pont

A táblázat már feltünteti a súrlódási erő értékét is.



8. ábra

A 8. ábra alapján felírhatjuk a mozgásegyenleteket:

$$ma_m = mg - T, \quad (1) \quad 1 \text{ pont}$$

$$Ma = T - F, \quad (2) \quad 1 \text{ pont}$$

$$\Theta\beta = Tr + FR, \quad (3)$$

$$\beta R = a \quad (4) \quad 0,5 \text{ pont}$$

$$a_m = \frac{r + R}{R}a. \quad (5) \quad 0,5 \text{ pont}$$

Az (1), (2) és (5) egyenletből a_m et és T -t kiküszöbölve kapjuk a súrlódási erőre a

$$F = mg - \left[M + m \left(1 + \frac{r}{R} \right) \right] a \quad 1 \text{ pont}$$

összefüggést. Ebből számítottuk ki az F értékeket.

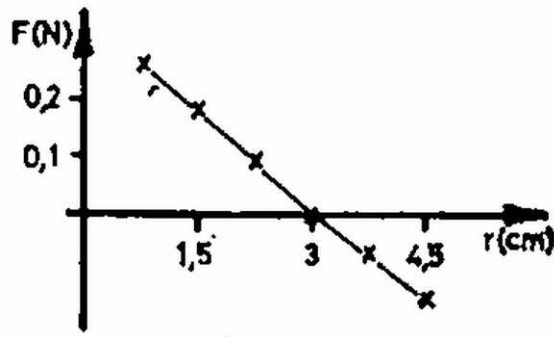
0,5 pont

A $F_i(r_i)$ összefüggést mutatja a 9. ábra.

0,5 pont

A grafikonból két lényeges információt nyerhetünk. Egyrészt lineáris az összefüggés, másrészt az erő előjelet vált. Ez érthető is. Ha r_i kicsi, F_i -nek pozitívnak kell lennie, mivel csupán ez az erő forgat. Ha r_i közel van R -hez akkor már F negatív, mivel inkább a gyorsításba kell belesegítenie, mint a forgatásba.

0,5 pont



9. ábra

Az összefüggést elméleti úton is meghatározhatjuk, az (1)–(5) egyenletekből kifejezhetjük F -et. Hosszabb algebrai átalakítások után kapjuk:

$$F = mg \frac{\frac{\Theta}{MR^2} - \frac{r}{R}}{1 + \frac{\Theta}{MR^2} + \frac{m}{R} \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2}.$$

Mivel $m \ll M$, az erő közelítő értéke

$$F = \frac{mg}{1 + \frac{\Theta}{MR^2}} \left(\frac{\Theta}{MR^2} - \frac{r}{R} \right).$$

Ez a kifejezés már lineáris r -ben, ahogy azt a grafikon is mutatja. A henger tehetetlenségi nyomatéka, ha a végén levő hornyokat elhanyagoljuk,

$$\Theta = (1/2)MR^2,$$

és így

$$F = mg \left[1/3 - (2/3)(r/R) \right].$$

Ez kis r -ekre pozitív, ha $r \approx R$, akkor negatív, és ha $2r = R$, akkor nulla. Ezt igazolják a mérések, hiszen a görbe 3 cm körül metszi a vízszintes tengelyt.

1 pont