

Mérőlapok felvételire III.

Az alább közölt feladatsor feladatai olyan jellegűek, mint amilyent az egyetemek és főiskolák felvételizői szoktak megoldani a felvételi vizsgákon. Megoldásukat mindazoknak javasoljuk, akik felvételire jelentkeznek. Tanácsoljuk a megoldóknak, hogy a megoldásokat időre végezzék el. A megoldásra és leírásra fordítható idő összesen 180 perc.

*

1. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán:

$$\frac{2}{1-2x} + \frac{3}{2x+1} + \frac{6}{4x^2-1} = 1.$$

2. Egy háromszög két súlyvonala 3, illetve 5 egység és ez a két súlyvonal 65° -os szöget zár be egymással. Mekkora a háromszög területe?

3. Három szám összege 71. Ha a harmadik számot 1-gyel növeljük, akkor egy számtani sorozat egymást követő elemeit kapjuk. Ha viszont az első számot növeljük 3-mal, akkor egy mértani sorozat egymást követő elemeit kapjuk. Melyik ez a három szám?

4. Egy kör középpontja az $A(1; 1)$ és a $B(7; 10)$ pontokat összekötő egyenesen van. A kör az $x + 2y = 21$ egyenletű g egyenest érinti abban a P pontban, amelynek abszcisszája 5. Írja fel a kör egyenletét!

5. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{2 \sin x}{2 \sin x - 1} + \frac{2 \sin x - 1}{2 \sin x} = \frac{5}{2}.$$

6. Egy háromszög alapú egyenes hasáb alapélei 4, 5 és 7 cm hosszúak. A hasáb magassága megegyezik az alapháromszög leghosszabb magasságával. Számítsa ki a hasáb térfogatát!

7. Az $ABCD$ téglalap BD átlójának valamely M belső pontján át a BD -re merőlegesen húzott egyenes az AB egyenest az E pontban, a BC egyenest pedig az F pontban metszi. Bizonyítsa be, hogy

a) $AB^2 \cdot ME = BC^2 \cdot MF$;

b) az $\frac{AB \cdot ME + BC \cdot MF}{MB}$ tört értéke független attól, hogy M hol helyezkedik el a BD szakasz belsejében!

8. Mely valós számhármasok elégítik ki a következő egyenletrendszert:

$$x + y + z = 2,$$

$$2xy - z^2 = 4.$$