

Mérőlapok felvételire III.

Az alább közölt feladatsor feladatai olyan jellegűek, mint amilyent az egyetemek és főiskolák felvételizői szoktak megoldani a felvételi vizsgákon. Megoldásukat mindazoknak javasoljuk, akik felvételire készülnek. Tanácsoljuk a megoldóknak, hogy a megoldásokat időre végezzék el. A megoldásra és leírásra fordítható idő összesen 180 perc.

1. Oldja meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{aligned}x^3 - x^2y - 4xy^2 + 4y^3 &= 0, \\ 2x^2 + y^2 &= 12.\end{aligned}$$

2. Az $ABCD$ rombusz két szemközti csúcsa, $A(0; 0)$, $C(2; 4)$. Az A és C csúcsoknál levő szög 120° . Határozza meg a B és D csúcsok koordinátáit!

3. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\begin{aligned}a) & (4 - x^2)\sqrt{1 - x} = 0; \\ b) & (0,4^x - 2,5^{x+1} - 1,5) \log_3(x + 3) = 0; \\ c) & \sin x = 5 \cos \frac{x}{2}.\end{aligned}$$

4. Az $ABCD$ paralelogramma kerülete 26 egység. $AB < AD$; a BCD háromszögbe írható kör sugara $\sqrt{3}$ egység, a B csúcsnál levő szög 120° . Számítsa ki a paralelogramma oldalait!

5. Az ABC egyenlő szárú hegyesszögű háromszög ($AB = BC$) magasságpontja M , $MB = AC = 1$ egység. Számítsa ki a háromszög szögeit és a szárak hosszát! (Hány megoldása van a feladatnak, ha a háromszögről nem tesszük fel, hogy hegyesszögű?)

6. Igazolja, hogy minden háromszögben

$$\sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2} + \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \frac{\gamma}{2} = 1,$$

ahol α , β , γ a háromszög szögei!

7. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget:

$$\log_{x-3}(x-1) < 2.$$

8. Határozza meg azokat az $(x; y)$ számpárokat, amelyek kielégítik a következő egyenleteket:

$$\begin{aligned}a) & \sin^2(x + y) - \cos^2(x - y) = 1; \\ b) & \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x) = 2y^2 - 4y + 3.\end{aligned}$$

A feladatokat *Rábai Imre* egyetemi adjunktus állította össze.

A megoldások be is küldhetők. A dolgozatok javítását és értékelését főiskolás és egyetemi hallgató mat. fiz. szakos tanárjelöltek egy csoportja vállalta, *Appel György* tanár vezetésével. A kijavított dolgozatokat visszaküldi mindazoknak, akik mellékelnek egy felbélyegzett válaszborítékot a saját nevükre és címükre kitöltve. Kérjük a beküldőket, hogy ez esetben minden feladatot *külön lapra* írjanak. Minden lapra írják fel *nevüket* és a *feladat számát*.

A feladatok megoldása természetesen nem számít be a felvételi pontszámba. A tudáson kívül semmiféle előnyhöz nem juttatja a megoldókat.