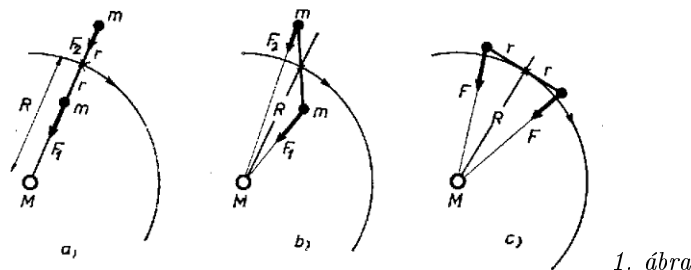


Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1979. október 27-én rendezte 56. versenyét Budapesten és 11 vidéki városban az 1979-ben érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhattak meg három feladatot. Bármely segédeszköz használata megengedett ezen a versenyen, beleértve a zsebszámítógépet is. Összesen 300 dolgozat érkezett be. Ismertetjük a feladatokat és megoldásukat.

1. Egy súlyzó alakú űrállomás körpályán kering a Föld körül. (Hajtóműveit nem működteti.) Az űrállomás tengelye milyen helyzetben maradhat meg változatlanul a mindenkorai pályasugárhoz képest?



1. ábra

**Megoldás.** Először helyezzük el az űrállomást a keringés síkjában a rádiuszhoz képest ferde szögben (1.b ábra). A közelebbi tömegre ható  $F_1$  erő nagyobb, mint a távolabbi tömegre ható  $F_2$  vonzóerő, azonkívül  $F_2$  erőkarja is kisebb. Olyan forgatónyomaték keletkezik, amely a rádiuszhoz közelíti a tömegeket. Így nincs egyensúlyi helyzet.

Ha a súlyzó a rádiusz irányában fekszik, nincs forgatónyomaték, az ilyen helyzet egyensúlyi helyzet, még hozzá stabilis. (Ha kibillentenénk az űrállomást ebből a helyzetéből, a fellépő forgatónyomaték a radiális helyzet felé forgatná.) Ez az egyensúlyi helyzet akkor valósul meg, ha olyan  $\omega_1$  szögsebességgel helyezzük az űrállomást a körpályára, amely mellett

$$\frac{fmM}{(R-r)^2} + \frac{fmM}{(R+r)^2} = m\omega_1^2(R+r) + m\omega_1^2(R-r),$$

(a gravitációs erő szolgáltatja a körmozgás gyorsulását).

Eszerint a szükséges szögsebesség:

$$\omega_1^2 = \frac{fM}{R} \cdot \frac{1 + (r/R)^2}{[1 - (r/R)^2]^2} \approx \frac{fM}{R^3} \cdot \left[ 1 + 3 \left( \frac{r}{R} \right)^2 + \dots \right].$$

Elhelyezhetjük az űrhajót a körpálya érintőjében is (1.c ábra). Ez is egyensúlyi helyzet, mert az eredő forgatónyomaték nulla, de labilis, mert a legkisebb kimozdulás esetében átbillen a radiális helyzetbe. Az érintőleges egyensúlyi helyzet esetében a mozgásegyenlet:

$$\frac{fmM}{R^2 + r^2} = m\omega_2^2 \sqrt{R^2 + r^2}.$$

Ilyen esetben a (labilis) egyensúlyi helyzethez  $\omega_2$  szögsebesség tartozik:

$$\omega_2^2 = \frac{fM}{R^3} \cdot \frac{1}{[1 + (r/R)^2]^{3/2}} \approx \frac{fM}{R^3} \cdot \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 + \dots \right].$$

Ez a szögsebesség kisebb, mint amely a radiális, stabilis egyensúlyi helyzethez tartozik.

Ugyanez a megfontolás érvényes akkor is, ha az űrhajó helyzete merőleges a pályasugárra, de nem fekszik a pálya síkjában.

Megvizsgáljuk az energiaviszonyokat is. A radiális, stabilis egyensúlyi helyzetben a gravitációs energia a végtelenhez képest:

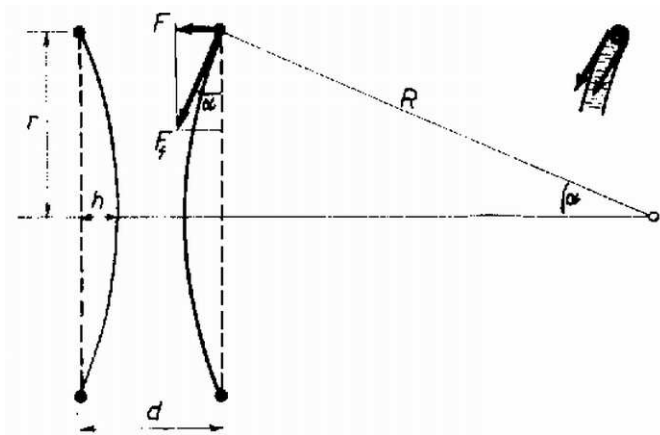
$$- \int_{R-r}^{\infty} \frac{fmM}{x^2} dx - \int_{R+r}^{\infty} \frac{fmM}{x^2} dx = - \frac{2fmM}{R} \cdot \frac{1}{1 - (r/R)^2} \approx - \frac{2fmM}{R} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{r}{R} \right)^2 + \dots \right].$$

Az érintőleges helyzetben a gravitációs energia:

$$-2 \int_{\sqrt{R^2+r^2}}^{\infty} \frac{fmM}{x^2} dx = - \frac{2fmM}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (r/R)^2}} \approx - \frac{2fmM}{R} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 + \dots \right].$$

A radiális helyzetben a gravitációs energia alacsonyabb, mint a labilis egyensúlyi helyzetben.

2. Két,  $r = 1$  cm sugarú drótkarika  $d = 1$  cm távolságban áll egymással szemben. A drótkarikákat szappanhártyák vonják be. Amikor a két hártát egy elektromos feszültségforrás sarkaira kapcsoljuk, a hárták gömböcskék formájában kissé egymás felé domborodnak. Mindegyik hártá középsőnek elmozdulása  $h = 1$  mm. Mekkora az elektromos potenciálkülönbség? A szappanoldat felületi feszültsége  $f = 0,03$  newton/méter.



2. ábra

**Megoldás.** Egy szóródásmentes, homogén terű síkkondenzátor két lemeze között a vonzóerő:

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{A}{d^2} \cdot U^2.$$

Itt az  $A = \pi r^2$  lemezterület  $m^2$ -ben, a  $d$  lemeztávolság méterben, az  $U$  potenciálkülönbség voltban, az  $F$  erő newtonban értendő. Megoldásunkban a szappanhártyákat síkkondenzátor lemezeiként kezeljük.

A felületi feszültségből a kerület minden hosszegysége mentén  $2f$  erő származik, mert a hártjának két oldala van (2. ábra). Ennek az erőnek  $2f \sin \alpha$  összetevője egyensúlyozza az elektrosztatikus vonzóerőt, a teljes  $2\pi r$  egész kerület mentén összegezve:  $2\pi r \cdot 2f \sin \alpha$ .

A  $\sin \alpha$  a gömbsüveghez tartozó derékszögű háromszögből számítható:  
 $R^2 = r^2 + (R - h)^2$ , innen

$$R - \frac{r^2 + h^2}{2h} \quad \text{és} \quad \sin \alpha = \frac{r}{R} = \frac{2h}{r} \cdot \frac{1}{1 + (h/r)^2} \approx \frac{2h}{r}.$$

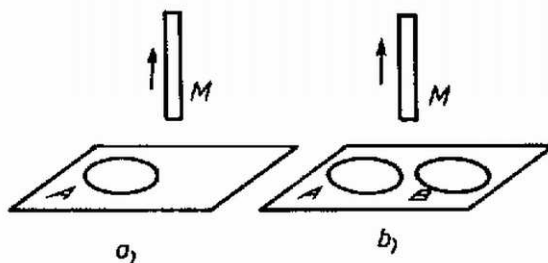
Az elektrosztatikus erőt egyenlővé tesszük a felületi feszültségből származó erővel,  $\sin \alpha$  értékét felhasználva:

$$\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{\pi r^2}{d^2} \cdot U^2 = 4\pi r f \cdot \frac{2h}{r},$$

innen a keresett potenciálkülönbség:

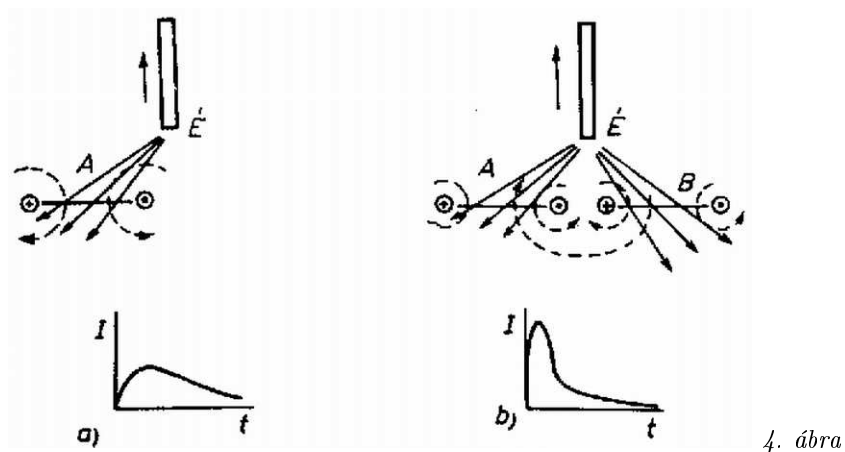
$$U = \frac{4d}{r} \cdot \sqrt{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 f h} = 737 \text{ volt.}$$

**3.** Az első esetben a 3.a ábra szerint az  $M$  mágnes tengelyére merőleges síkban helyezkedik el az  $A$  lapos tekercs. A második esetben a mágnes tengelyéhez szimmetrikusan ugyanolyan  $B$  tekercs is van (3.b ábra.) A mágnesrudat hirtelen elrántjuk. Melyik esetben lesz nagyobb az  $A$  tekercsben keletkező áram?



3. ábra

**Megoldás.** A mágnes elrántásakor csökken az  $A$  tekercsben az  $M$  mágnes által okozott fluxus, ezért a tekercsben olyan irányú áram indukálódik, amelynek mágneses fluxusa pótolni igyekszik a fluxusvesztést. A 4. ábra metszetben mutatja az elrendezést. Az indukált áram által keltett mágneses tér erővonalait a szaggatott körök mutatják. A második esetben az indukált áram által létrehozott erővonalak egy része átmegy az  $A$  tekercs területén is, de az  $A$  tekercs indukált áramához tartozó erővonalakkal szembe haladva. Így a  $B$  tekercs jelenlétében az  $A$  tekercs indukált áramának nagyobb fluxusváltozást kell kivédenie. Tehát a második esetben nagyobb az  $A$  tekercs indukált áramának erőssége. Természetesen mindezt fordítva el lehetne mondani  $B$  tekercsre is.



Indukció esetében az összes megmozdított töltés arányos a teljes fluxusváltozással. A teljes fluxusváltozás – a kísérlet elejétől a végéig vizsgálva – mindkét kísérletben ugyanakkora, így a megmozdított töltés is. A 4. ábra alsó részén az  $I - t$  diagramok alatti területek egyenlők, de a  $b$  kísérlet esetében az áramcsúcs hegyesebb.

### A verseny eredménye

**I. díjat** nyert *Kaufmann Zoltán*, a budapesti ELTE-TTK fizikus hallgatója (a váci Sztáron Sándor Gimnáziumban érettségizett Molnár Sándorné tanítványaként).

**II. díjat** négyen kaptak egyenlő helyezéssel: *Bene Gyula* honvéd (Miskolcon érettségizett a Földes Ferenc Gimnáziumban Zsudel László tanítványaként), *Csordás András* honvéd (Esztergomban a Dobó Katica Gimnáziumban érettségizett Sipos Imre tanítványaként), *Frankhauser József* honvéd (Budapesten a József Attila Gimnáziumban érettségizett Tóth Eszter tanítványaként) és *Körmendy Péter* honvéd (Budapesten a Petőfi Sándor Gimnáziumban érettségizett Szondi Lajos tanítványaként).

**III. díjat** nyertek egyenlő helyezéssel *Szalontai Zoltán* a törökszentmiklósi Bercsényi Miklós Gimn. IV o. t., (tanára Szalontai László) és *Szomor Zoltán* a Pécsi Orvostudományi Egyetem hallgatója (a pécsi Nagy Lajos Gimnáziumban érettségizett Tornynos Tivadar tanítványaként).

Két versenyző kapott dicséretet: *Boroven József* a budapesti Eötvös József Gimnázium III. o. t. (tanára Vargha Balázs) és *Pacher Tibor* honvéd (Mosonmagyaróváron a Kossuth Lajos Gimnáziumban érettségizett Gulyás Ferencné tanítványaként.)