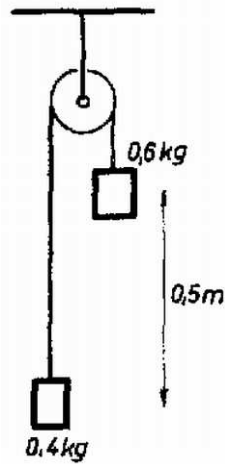


Az I. forduló feladatai

1. Egy elhanyagolható tömegű csigán 0,4 kg és 0,6 kg tömegű testek lógnak (1. ábra). Nyugalmi állapotból elengedve:
- Mennyi idő múlva találkoznak?
 - Mekkora ekkor az egymáshoz viszonyított sebességük?



1. ábra

Megoldás. A gyorsulás

$$a = \frac{0,6 \text{ kg} - 0,4 \text{ kg}}{0,6 \text{ kg} + 0,4 \text{ kg}} \cdot g = \frac{g}{5}.$$

Az $s = 0,25 \text{ m}$ út megtételéhez szükséges idő:

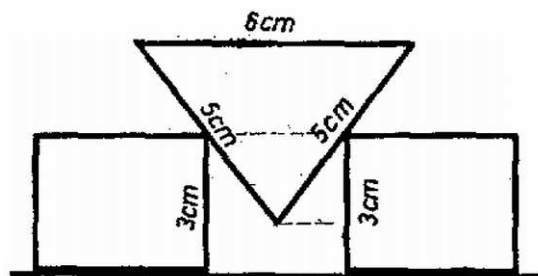
$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 0,505 \text{ s}.$$

A sebesség ekkor

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{g/10} = 0,99 \text{ m/s},$$

az egymáshoz viszonyított sebesség ennek a kétszerese: $1,98 \text{ m/s}$.

2. Egy háromszögalapú hasáb két téglatestre támaszkodik (2. ábra). A hasáb alaplappjának élei 5 cm, 5 cm és 6 cm hosszúak. A hasáb oldallappjának felezővonalán támaszkodik a 3 cm magas téglatestekre. A három test tömege egyenlő. A súrlódás elhanyagolható. Nyugalmi helyzetből elindulva mekkora sebességgel érkezik a hasáb az asztallaphoz?



2. ábra

Megoldás. A geometriai viszonyokból következik, hogy a hasáb félmagasságnyi, 2 cm-es lesüllyedése esetében a téglatestek vízszintesen 1,5 cm-rel tolódnak el; ugyanilyen arányban állnak a sebességek és a gyorsulások:

$$4 : 3 = s_1 : s_2 = v_1 : v_2 = a_1 : a_2.$$

Az 1-es index a hasábra, a 2-es az egyik téglatestre vonatkozik. Az energia-megmaradás törvénye szerint a hasáb lesüllyedésekor végzett munka a három test mozgási energiáját eredményezi:

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + m \cdot \left(\frac{3}{4}v_1\right)^2.$$

A megtett út $h = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$, így a hasáb sebessége:

$$v_1 = 4\sqrt{\frac{gh}{17}} = 0,304 \text{ m/s}.$$

3. Egy 5 méter sugarú, 300 kg tömegű korong szélén 80 kg tömegű ember áll. A korong az emberrel együtt függőleges tengelye körül kezdetben $0,1 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámmal forog. A korong szélén álló ember bemegy a korong középpontjába. Mennyi a rendszer energiájának megváltozása?

Megoldás. Ilyen esetben a szögsebesség és tehetetlenségi nyomaték szorzata, az úgynevezett impulzusnyomaték állandó marad. A tehetetlenségi nyomaték az első állapotban:

$$0,5 \cdot 300 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2 + 80 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2 = 5750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

a végállapotban

$$0,5 \cdot 300 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2 = 3750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

A szögsebesség az első állapotban $2\pi \cdot 0,1 \text{ s}^{-1} = 0,628 \text{ s}^{-1}$, ekkor az impulzusnyomaték

$$0,628 \text{ s}^{-1} \cdot 5750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 3611 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

A második állapotban jelöljük a szögsebességet ω -val. Az impulzusnyomaték állandósága folytán:

$$3750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \omega = 3611 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Az új szögsebesség innen $\omega = 0,963 \text{ s}^{-1}$, a fordulatszám ennek megfelelően $0,153 \text{ s}^{-1}$. A mozgási energia az első állapotban

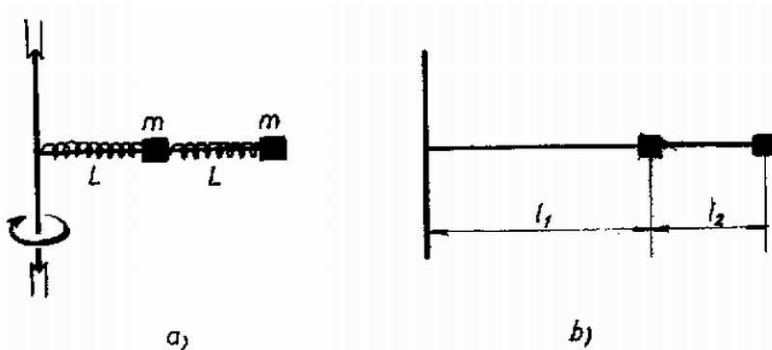
$$0,5 \cdot 5750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (0,628 \text{ s}^{-1})^2 = 1134 \text{ joule},$$

a második állapotban pedig

$$0,5 \cdot 3750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (0,963 \text{ s}^{-1})^2 = 1739 \text{ joule}.$$

A mozgási energia növekedése 605 joule. Egy ilyen mozgás során a mozgási energia nem marad állandó, hanem megnövekszik, a mechanikai energiamegmaradás törvénye nem érvényes. Az ember csak izmaival végzett munka árán képes bejutni a középpontba, ezt pedig szervezete anyagainak kémiai energiájából meríti. Ha az összes energiafajt figyelembe vesszük, akkor a rendszer összenergiája természetesen nem változik.

4. Egy függőleges tengelyhez vízszintes rúd csatlakozik (3a. ábra). A rúdon két egyforma rugóval összekötött, egyenként $1 - 1 \text{ kg}$ tömegű test súrlódás nélkül csúszhat. A rugók nyújtatlan hossza $L = 0,1 \text{ méter}$ és rugóállandója $D = 10 \text{ N/m}$. Mekkora állandó szögsebességgel kell a tengelyt forgatni, hogy a külső tömeg $3L$ távolságban legyen a tengelytől?



3. ábra

Megoldás. Jelöljük a megnövekedett rugóhosszúságokat l_1 -gyel és l_2 -vel (3b. ábra). A külső tömeget a külső rugó rugalmas ereje kényszeríti a körpályára, ezért

$$D(l_2 - L) = m\omega^2 \cdot 3L.$$

A belső tömeget a két rugóerő eredője tartja a körpályán:

$$D(l_1 - L) - D(l_2 - L) = m\omega^2 l_1.$$

Az egyenletek összeadásával kiküszöböljük l_2 -t:

$$D(l_1 - L) = 3m\omega^2 L + m\omega^2 l_1,$$

és ebből az első rugóhossz:

$$l_1 = L \cdot \frac{D + 3m\omega^2}{D - m\omega^2}.$$

$l_1 + l_2 = 3L$ alapján a második rugóhossz:

$$l_2 = L \cdot \frac{2D - 6m\omega^2}{D - m\omega^2}.$$

Az ω meghatározásához legelső egyenletünkbe behelyettesítjük l_2 most kapott értékét; rendezés után kapjuk:

$$3m^2\omega^4 - 8Dm\omega^2 + D^2 = 0.$$

Ennek megoldása:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{3m}(4 \pm \sqrt{13})}, \quad \omega_1 = 5,04 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_2 = 1,15 \text{ s}^{-1}.$$

Eszerint ω független L nagyságától. A két gyök közül fizikailag csupán ω_2 reális, ugyanis $D < m\omega^2$, ezért ω_1 esetében l_1 -re negatív érték adódik. Tehát $\omega = 1,15 \text{ s}^{-1}$. Ennek felhasználásával a megnyúlt rugóhosszak:

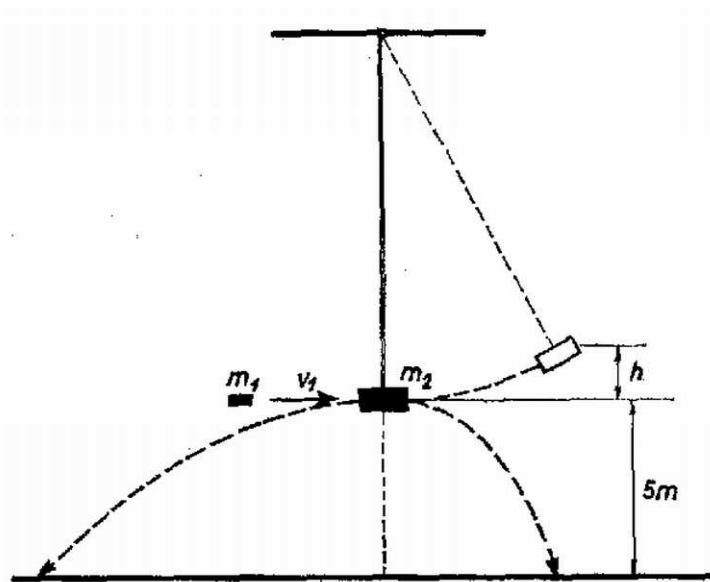
$$l_1 = (-2 + \sqrt{13})L = 1,61 L,$$

$$l_2 = (5 - \sqrt{13})L = 1,39 L.$$

A II. forduló feladatai

1. Egy 15 méter magas teremben 10 méter hosszú fonálon $m_2 = 0,96 \text{ kg}$ tömegű test lóg (4. ábra). Ezt az ingát úgy hozzuk mozgásba, hogy az ingatestnek – a lengés síkjában fekvő – vízszintes irányú $v_1 = 15 \text{ m/s}$ sebességgel $m_1 = 0,04 \text{ kg}$ tömegű golyócskát lövünk neki. Ezt mindannyiszor megismétljük, valahányszor az inga balról jobbra függőleges helyzetén halad át. Az ütközés tökéletesen rugalmas. Az inga minden teljes lengése alatt energiájának $k = 5 \%$ -át veszti el. ($g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- Mekkora az a legnagyobb magasság, ameddig az inga a leírt módon felvihető?
- Hol van a padlón az a sáv, amelybe a visszaeső golyók hullanak?



4. ábra

Megoldás. A testek ütközés utáni sebessége legyen u_1 , illetve u_2 . A rugalmas ütközésekre vonatkozó ismert összefüggésekből

$$(1) \quad u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

A végállapotban mint határesetben az inga $u_{2\infty}$ -nel repül el jobbfelé, és energiaveszteség után balról a függőleges helyzetbe v_2 sebességgel érkezik, így

$$(1 - k) \cdot \frac{m_2 u_{2\infty}^2}{2} = \frac{m_2 v_{2\infty}^2}{2},$$

vagyis $v_{2\infty} = u_{2\infty} \sqrt{1 - k}$.

Másrészt (1) szerint

$$u_{2\infty} = \frac{(m_2 - m_1)u_{2\infty} + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

$v_{2\infty}$ előbbi értékét beírva

$$u_{2\infty} = \frac{(m_2 - m_1)u_{2\infty} \sqrt{1 - k} + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Ennek rendezésével kapjuk a végállapotbeli ütközéskor az $u_{2\infty}$ eltávozási sebességet:

$$u_{2\infty} = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2 - (m_1 - m_2)\sqrt{1 - k}} = 11,62 \text{ m/s}.$$

Mivel egynegyed lengés alatt $k/4$ törtrész az energiaveszteség, azért a h_∞ emelkedési magasságra felírhatjuk, hogy

$$m_2 g h_\infty = \frac{m_2 u_{2\infty}^2 [1 - (k/4)]}{2},$$

tehát

$$h_\infty = \frac{u_{2\infty}^2 (1 - k/4)}{2g} = 6,66 \text{ m}.$$

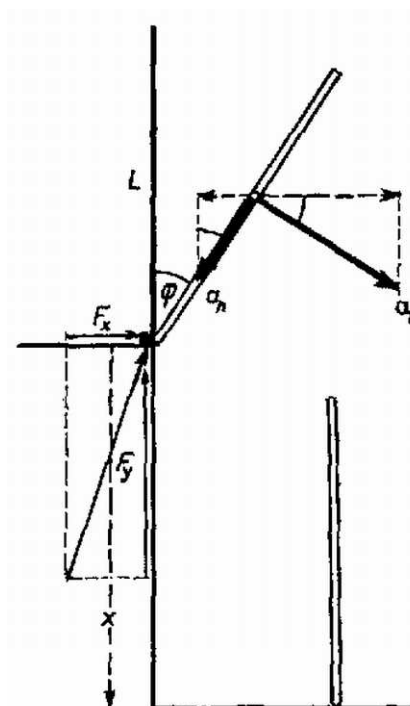
A visszapattanó golyók sebessége:

$$u_{1k} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -13,8 \text{ m/s},$$

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 u_{2\infty} \sqrt{1 - k}}{m_1 + m_2} = 7,94 \text{ m/s}.$$

Mivel a golyók 5 méteres magasságból esnek le, esésük 1 másodpercig tart és a földön $-13,8$ métertől $+7,94$ méterig terjedő, összesen $21,74$ méter széles sávon hullanak le.

2. Asztallap szélére L hosszúságú pálcát állítunk, amelynek alsó vége súrlódásmentesen egy pecekhez támaszkodik (5. ábra). A pálca lebillen. Milyen magas az asztal, ha a pálca felső végével lefelé függőleges helyzetben érkezik a padlóhoz?



5. ábra

Megoldás. Határozzuk meg a pálcának azt a helyzetét (a φ szöget), ahol elválnak a pecektől.

A pálca mozgását először úgy vizsgáljuk, mintha alsó vége tengely körül forogna. A tömegközéppont gyorsulásának érintőmenti és tengely felé mutató összetevője:

$$a_t = \beta \cdot \frac{L}{2},$$

$$a_n = \omega^2 \cdot \frac{L}{2}.$$

A β szöggyorsulást a forgás törvényéből kapjuk, mint a forgatónyomaték és a $\Theta = mL^2/3$ tehetetlenségi nyomaték hányadosát:

$$\beta = \frac{mg(L/2) \sin \varphi}{\Theta}, \quad \beta = \frac{3g \sin \varphi}{2L}.$$

ω^2 az energiamegmaradás törvényéből adódik:

$$mg \cdot \frac{L}{2} (1 - \cos \varphi) = \omega^2 \Theta / 2, \quad \omega^2 = \frac{3g}{L} (1 - \cos \varphi).$$

Felhasználva β -t és ω^2 -et, megkapjuk a pálca gyorsulásának összetevőit mint φ függvényét:

$$a_t = \frac{3}{4} \cdot \sin \varphi,$$

$$a_n = \frac{3}{2} \cdot g(1 - \cos \varphi).$$

E kettő eredője az a gyorsulás, amellyel a tömegközéppont a φ -vel meghatározott helyzetben mozog. Ez a gyorsulás természetesen csak akkor jön létre, ha megfelelő erő hat a rúdra. A pálcára a súlyerő és a pecek által kifejtett F erő hat. E kettő hozza létre az a_t és a_n által meghatározott gyorsulást.

Vizsgáljuk a pecek által a pálcára kifejtett F erő vízszintes összetevőjét. Ez hozza létre a_t és a_n vízszintes összetevőinek algebrai összegét:

$$F_x = ma_t \cos \varphi - ma_n \sin \varphi = \frac{3}{4} \cdot mg(3 \cos \varphi - 2) \sin \varphi.$$

Mivel a pecek csak nyomni képesek, azért a pálca akkor válik el az asztal szélétől, amikor F_x nulla lesz. A $\varphi = 0$ triviális esettől eltekintve az elválás akkor következik be, amikor $\cos \varphi = 2/3$, $\varphi = 48^\circ 11' = 0,8411$.

Érdemes megvizsgálni a pecek által kifejtett erő y irányú összetevőjét, F_y -t. Ennek nagysága

$$F_y = mg - \frac{3}{4} \cdot mg \sin^2 \varphi - \frac{3}{2} \cdot mg(1 - \cos \varphi) \cos \varphi = \frac{mg}{4}(1 - 6 \cos \varphi + 9 \cos^2 \varphi).$$

Az $F_y = 0$ egyenlet megoldása mutatja, hogy F_y akkor lenne nulla, amikor $\cos \varphi = 1/3$, $\varphi = 70^\circ 27'$, de addigra a pálca már elhagyta az asztal szélét.

A pálca elválásának pillanatában $\cos \varphi = 2/3$, $\sin \varphi = \sqrt{5}/3$, $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{5}/2$. A tömegközéppont sebességének összetevői $v_x = \sqrt{gL}/3$, $v_y = \sqrt{5gL}/6$, sebessége $v = \sqrt{gL}/2$. Ekkor a középpont $\omega = v : (L/2) = \sqrt{g/L}$ szögsebességgel forog és ezt az állandó szögsebességét továbbra is megtartja. A leérkezésig még $\pi - 0,8411 = 2,3005$ (radiánban kifejezett) szöget kell fordulnia, amihez $t = 2,3005/\omega = 2,3005\sqrt{L/g}$ idő szükséges.

A tömegközéppont ferde hajítás pályáján mozog. Függőlegesen $x - (L/2) + (L \cos \varphi)/2 = x - (L/6)$ utat kell megtennie. A lefelé történő hajítás úttörvénye szerint

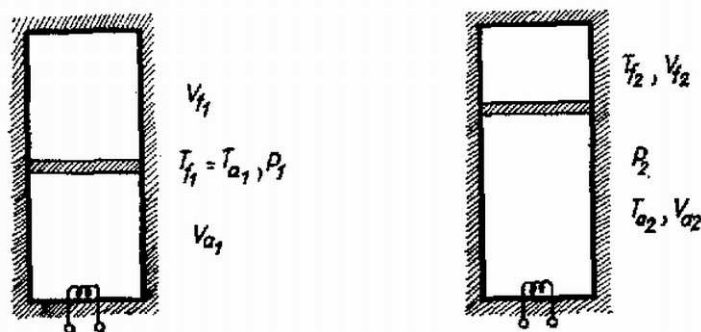
$$x - \frac{L}{6} = v_y t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = \frac{\sqrt{5gL}}{6} \cdot 2,3005 \sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{g}{2} \cdot 2,3005^2 \cdot \frac{L}{g}.$$

Innen az asztal keresett magassága:

$$x = \left[\frac{1}{6} + \frac{2,3005\sqrt{5}}{6} + \frac{2,3005^2}{2} \right] L = 3,67 L.$$

Az eredmény g -től független.

3. Egy 44,8 liter térfogatú henger közepén sűrűlódás mentes dugattyú alul is, felül is 4 gramm 0°C hőmérsékletű héliumot választ el (6. ábra). A henger fala és a dugattyú tökéletes hőszigetelő. Az alsó részben 242 ohm ellenállású, 220 voltos, melegítésre szolgáló huzal van. Mennyi ideig kell ezt bekapcsolnunk, hogy a felső részben a hélium hőmérséklete $136,5^\circ \text{C}$ -ra emelkedjék? A hélium fajhője $c_p = 1,25 \text{ cal/gK} = 5,23 \text{ J/gK}$ és $c_v = 0,75 \text{ cal/gK} = 3,14 \text{ J/gK}$.



6. ábra

Megoldás. Kifelé nincs munkavégzés, ezért az elektromos munka a gázok belső energiájának növekedésével egyenlő. Így az alsó gáz véghőmérsékletére van szükségünk.

A kezdeti adatok : $V_{f1} = V_{a1} = 22,4$ liter, $T_{f1} = T_{a1} = 273$ K, $p_1 = 1$ atmoszféra. A kísérlet végén $T_{f2} = 409,5$ K; T_{a2} , V_{f2} , V_{a2} , p_2 ismeretlenek. A felső gázra érvényes az adiabatikus összefüggés ($\kappa = c_p/c_V$):

$$p_1 V_{f1}^\kappa = p_2 V_{f2}^\kappa.$$

Mindegyik gázra érvényes a gáztörvény:

$$\frac{p_1 V_{f1}}{T_{f1}} = \frac{p_2 V_{f2}}{T_{f2}},$$

$$\frac{p_1 V_{a1}}{T_{a1}} = \frac{p_2 V_{a2}}{T_{a2}}$$

Végül a térfogatösszeg állandó marad:

$$V_{f2} + V_{a2} = V_{f1} + V_{a1} = 44,8 \text{ liter.}$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$p_2 = 2,76 \text{ atmoszféra,} \quad V_{f2} = 12,19 \text{ liter,}$$

$$V_{a2} = 32,61 \text{ liter,} \quad T_{a2} = 1095 \text{ K} = 822 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Ezután kiszámítjuk a szükséges energiát:

$$3,14 \text{ (J/gK)} \cdot 4 \text{ g} \cdot 136,5 \text{ K} + 3,14 \text{ (J/gK)} \cdot 4 \text{ g} \cdot 882 \text{ K} = 12040 \text{ J.}$$

A melegítő teljesítménye $P = \frac{220^2 \text{ V}^2}{242 \text{ } \Omega} = 200$ watt, a szükséges időtartam 12040 joule : 200 watt = 60,2 s $\cong$ 1 perc.

A III. kísérleti forduló

- Egy elektrosztatikai berendezés működésének megfigyelése és magyarázata.
- Fénytani kísérlet: lencseképalkotás megfigyelése és magyarázata.
- Anyagállandó meghatározása Kundt-csővel.

Az 1978. évi fizikai tanulmányi verseny eredménye

A fizikából nem tagozatos tanulók versenyében:

- díj: Kozma László (Debrecen, Kossuth Lajos Gimn., IV. o. t., tanára: Nagy Lászlóné).
- díj: Kriza György (Budapest, Fazekas Mihály Gimn., IV. o. t., tanára: Tóth László és Szalay Béla).
- díj: Gyomlai Győző (Szerencs, Bocskai István Gimn., IV. o. t., tanára: Éles Gáborné).

A további helyezettek: 4. Slezák Tamás (Sopron, Széchenyi István Gimn., IV. o. t., Légrádi Imre), 5. Csók Tibor (Kecskemét, Katona József Gimn., IV. o. t., Szakács Jenő), 6. Pachter Tibor (Mosonmagyaróvár, Kossuth Lajos Gimn., III. o. t., Gulyás Ferencné), 7. Csordás András (Esztergom, Dobó Katalin Gimn., III. o. t., Sipos Imre), 8. Pál János (Tiszalök, Gimnázium, IV. o. t., Szemerédy Tamás), 9. Frey István (Pécs, Zipernovszky K. Szakközépiskola IV. o. t., Balog József), 10. Németh Csóka Mihály (Budapest, Móricz Zsigmond Gimn., IV. o. t., Széplaki Jenőné).

A rangsor folytatása: 11. *Oláh Károly* (Veszprém, Lovassy László Gimn., III. o. t., Farkas István), 12. *Orosz Csaba* (Budapest, Arany János Gimn., IV. o. t., Seltsam László), 13. *Rosanics György* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., IV. o. t., Peresztegi László), 14. *Nádasi János* (Budapest, Apáczai Csere János Gimn., III. o. t., Holics László), 15. *Bartke István* (Budapest, Fazekas Mihály Gimn., IV. o. t., Tóth László).

A fizikából tagozatos tanulók versenyében:

- I. díj: *Mikola Péter* (Szekszárd, Garay János Gimn., IV. o. t., tanára: Lemle Béláné).
- II. díj: *Németh Gábor* (Budapest, József Attila Gimn., IV. o. t., tanára: Tóth Eszter).
- III. díj: *Kálvin Sándor* (Debrecen, Kossuth Lajos Gimn., IV. o. t., tanára: Varga Ferenc).

A további helyezettek: 4. *Lengyel Gábor* (Pápa, Türr István Gimn., III. o. t., Bujáki Miklós), 5. *Nagy Győző* (Jászberény; Lehel Vezér Gimn., IV. o. t., Mile Ferenc), 6. *Bene Gyula* (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., III. o. t., Zsudel László), 7. *Vincze István* (Bonyhád, Petőfi Sándor Gimn., IV. o. t., Jurisits József), 8. *Blázsik Zoltán* (Csongrád, Batsányi János Gimn., IV. o. t., Szucsán András), 9. *Kaufmann Zoltán* (Vác, Sztáron Sándor Gimn., III. o. t., Molnár Sándorné), 10. *Németh Róbert* (Győr, Révai Miklós Gimn., IV. o. t., Székely László).

A rangsor folytatása: 11. *Toplenszki János* (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., IV. o. t., Dolák Gabriella), 12. *Csikai Attila* (Debrecen, Kossuth Lajos Gimn., IV. o. t., Varga Ferenc), 13. *Farkas Ferenc* (Szeged, Radnóti Miklós Gimn., III. o. t., Vekerdi Klára), 14. *Sas Viktor* (Székesfehérvár, József Attila Gimn., IV. o. t., Wolkensdorfer János), 15. *Benkő Tibor* (Győr, Révai Miklós Gimn., IV. o. t., Székely László).