

Az $x^3 - 1 = 0$ harmadfokú egyenletnek egy valós gyöke van: $x = 1$, valamint két komplex gyöke: $\varepsilon = (-1 + i\sqrt{3})/2$ és $\varepsilon^{-1} = (-1 - i\sqrt{3})/2$. Ha felrajzoljuk a komplex számsíkon az összes olyan pontot, amely $a + b\varepsilon$ alakban írható fel egész a -val és b -vel, szabályos hatszögrácsot kapunk. Ezeket a számokat nevezzük Euler-egészeknek. Közöttük értelmezhető a szorzás: $(a + b\varepsilon)(c + d\varepsilon) = (ac - bd) + (ad + bc - bd)\varepsilon$, amit a könnyen igazolható $\varepsilon^2 = -1 - \varepsilon$ alapján kapunk.

Egy Euler-egész összetett, ha két másik Euler-egész szorzataként írható fel. Például a $-3 = -3 + 0 \cdot \varepsilon$ összetett, mivel egyenlő $(1 + 2\varepsilon)(1 + 2\varepsilon)$ -nal, ugyanakkor $1 + 2\varepsilon$ már nem összetett, ún. Euler-prím. Jelen esetben az 1 , -1 , ε , $-\varepsilon$, $1 + \varepsilon$, $-1 - \varepsilon$ különleges szerepet játszik, mert minden Euler-egész osztható velük, ezeket egységeknek hívják, de nem prímeknek. (Mint ahogyan az egészek körében a $+1$ vagy a -1 sem prím.) A hátsó borítón látható ábrán az Euler-prímek egy részét láthatjuk.

Az Euler-egészek használhatók annak bizonyítására, hogy az $x^3 + y^3 = z^3$ Fermat-féle egyenletnek nincs egészekből álló nem triviális megoldása. Pontosabban azt a többetmondó állítást lehet igazolni, hogy nincsenek olyan ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 , különböző Euler-egészek, melyekre $\xi_1^3 + \xi_2^3 + \xi_3^3 = 0$ állna.