

Az alábbi feladatokat bárki megoldhatja foglalkozásra és életkorra való tekintet nélkül. Tulajdonképpen nem is kell a feladatokat megoldani a szó hagyományos értelmében, elég megtippelni az eredményt. A tippeket a mellékelt szelvényen vagy hozzá hasonló táblázatban lehet beküldeni.

Számtató

1. Melyik az a legkisebb pozitív szám, amelyből 3-at kivonva 19-cel osztható, 8-at kivonva 13-mal osztható és 13-at kivonva 8-cal osztható számot kapunk?

2. Az $A_1 = B_1 = C_1 = D_1 = 1$ értékekből kiindulva, az alábbi szabályok szerint képezzük az A_n, B_n, C_n, D_n sorozatokat:

$$\begin{aligned} A_{n+1} &= A_n + 3/A_n^3, \\ B_{n+1} &= B_n + 3/(nB_n^2), \\ C_{n+1} &= C_n + 3/(n^2C_n), \\ D_{n+1} &= D_n + 3/n^3. \end{aligned}$$

Mekkora az $A_{10}, B_{10}, C_{10}, D_{10}$ számok között a legnagyobb?

3. Mennyivel nagyobb száznál a száz századik gyökének százszorosa?

4. Mennyi az $|x| + |y| + \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5}$ függvény minimuma?

5. Egységsugarú köröket írtunk egy egységnyi oldalú szabályos ötszög csúcsai köré. Mekkora területű részét teszik ki a síknak azok a pontok, amelyek e körök közül páratlan sokban vannak benne?

6. Hányféle olyan síklapokkal határolt konvex test van, amelynek minden lapja szabályos sokszög, de nincs két párhuzamos lapja?

7. Felvettünk egy egységsugarú gömbön 6 pontot. Mekkora lehet maximálisan annak a konvex testnek a térfogata, amelynek ezek a csúcsai?

8. Hány százalék annak a valószínűsége, hogy a lottóban kihúzott számok között nem fordul elő prím?

1978. március

SZÁMTOTÓ

Sorszám: 3/2

SZÁM	KÓD	TIPP
1.	Legkisebb szám	
2.	Négy sorozat	
3.	$100 \cdot \sqrt[100]{100} - 100$	
4.	$\min(x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5})$	
5.	Páratlan sok kör metszete	
6.	Szabályos, de nem párhuzamos lapok	
7.	Hat pont konvex burka	
8.	Nincs prímszám a lottóban	
	KVADRATIKUS ELTÉRÉS	

Betűtató

1. A játékboltban újabban kapható bűvös kocka lapjai különböző színűek, a lapok 3×3 részre vannak bontva, és a középpontjuk körül szabadon elforgathatók. Az alábbiak közül melyik tipp van a legközelebb a forgatásokkal létrehozható különböző helyzetek számához?

A) 4^6 ; B) 10^6 ; C) $8!12!$; D) 6^{48} .

2. A számtató 2. feladatában szereplő sorozatok közül melyiknek a legnagyobb a tízezredik tagja?

3. Nevezzük a racionális számok valamely részhalmazát szuper-generátornak, ha az nem tartalmazza az összes racionális számot, de bármelyik racionális szám előállítható mint néhány, ebben a részhalmazban levő, nem feltétlenül különböző szám összege. Melyik igaz az alábbi állítások közül?

A) Nincs szuper-generátor.

B) Van szuper-generátor, sőt az is igaz, hogy egy szuper-generátorból tetszőleges véges sok elemet elhagyva, ismét szuper-generátort kapunk.

- C) Van olyan szuper-generátor, amelynek bármelyik elemét hagyjuk is el, az megszűnik szuper-generátor lenni.
D) Sem A, sem B, sem C nem igaz.

4. A törökök megfigyelték, hogy egyik várunkban három fegyvernem szolgál: lovasság, gyalogság és tűzéség. A vár ura minden reggel kijelöli, melyik fegyvernemből kerül ki a vár aznapi kapitánya. A kapitány az ügyeletes tiszttel együtt meghatározza az aznapi őrség, és a másnapi ügyeletes tiszttel fegyvernemét a következő szabályok szerint. Ha kettőjük fegyverneme azonos, az ügyeletes tiszttel másnap is szolgálatban marad, és az aznapi őrséget lovaskapitánynál a gyalogság, gyalogosnál a tűzéség, tűzéknél a lovasság adja. Ha a kapitány és az ügyeletes tiszttel fegyverneme különböző, az aznapi őrséget és a másnapi ügyeletes tiszttel a harmadik fegyvernem állítja ki. A szultánnak négy kém különböző időszakokban hét egymást követő napon jelentette az őrség fegyvernemét. Az egyiket a szultán lefejeztette, mert valótlan állított. Melyik volt az?

- A) GTLLTGL; B) TTTLLLT; C) GLLGTGT; D) LGGTLLG.

5. Egy negyven tagú társaságban mindenki legfeljebb négy embert ismer. Mennyi a legkisebb N , amely mellett biztosan elhelyezhető a társaság N szobában úgy, hogy az ismerősök különböző szobába kerüljenek?

- A) 3; B) 4; C) 5; D) 10.

6. Egy futballpályán melynek méretei 70×100 m, tízezer ember bolyong. A társaság két véletlenszerűen kiválasztott tagja egyszerre nyílegyenesen elindul egymás felé. Mindazok, akiket fél méternél jobban megközelítenek, ütköznek velük, aztán kitérnek az útból. Az alábbi négy esemény közül melyiknek a legnagyobb a valószínűsége?

Az ütközések száma

- A) kisebb, mint 10; B) 10 és 100 között van; C) 100 és 1000 között van; D) több 1000-nél.

7. Melyik igaz az alábbi állítások közül:

- A) A Burnside-sejtés a halmazelmélet mind a mai napig megoldatlan problémája.
B) A Burnside-sejtést néhány évvel ezelőtt a híres magyar matematikus, Erdős Pál oldotta meg.
C) Több Burnside-sejtés is létezik, közülük a leghíresebb az, amit több mint tíz éve Feit és Thompson oldottak meg.
D) A Burnside-sejtés nem is létezik, csak a betűtő kedvéért találtuk ki.

8. Jelöljük k -val a lottóban 1978-ban a 17. és 34. játékok között (a határokat is beleértve) a leggyakrabban kihúzott számok gyakoriságát. Melyik lesz igaz az alábbi állítások közül?

- A) $k = 1$; B) $k = 2$; C) $k = 3$; D) $k \geq 4$.

BETÜTÖTŐ

A BEKÜLDŐ ADATAI

1978. március

Sorszám: 3/2

Neve:

.....

Címe:

.....

Foglalkozása:

Iskolája:

.....

SZÁM	KÓD	TIPP
1.	Bűvös kocka	
2.	Négy sorozat	
3.	Szuper-generátor	
4.	LGT	
5.	Negyven tagú társaság	
6.	Ütközések	
7.	Burnside-sejtés	
8.	Leggyakoribb lottószám	
	A TALÁLATOK SZÁMA	

A novemberi (3/1 sorszámú) oktató nyertesei,

A számtató nyertese: Molnár Balázs (Budapest), kvadratikus eltérése 10^{-6} . Küldöndjében részesült: Rosanics György (Szombathely, Nagy Lajos Gimn.), aki az utolsó feladat kivételével minden feladatot helyesen oldott meg, köztük a

3., 4. és 6. feladatot 17 tizedes jegyre. Mivel az utolsó feladatot csak 10^{-6} normáló tényezővel vettem figyelembe, kvadratikus eltérése 10^{-4} .

Jó eredményt értek el a következők: *Kerényi István* (Budapest, 0,06), *Daróczi Antal* (Hajdúnánás, 0,1); *Gazdag László* (Budapest, 0,3). A többiek kvadratikus eltérése : 2, 2, 5, 8, $3 \cdot 10^3$, $3 \cdot 10^6$, 10^{11} .

A betűtótó nyertese: *Alexin Zoltán* (Szeged, Radnóti M. Gimn.), találatainak száma 6. Ugyancsak 6 találatuk volt a következőknek: *Kádas Endre* (Szolnok), *Lévai Kálmán* (Karcag), *Molnár Balázs* (Budapest), *Rónai Viktor* (Szolnok). Öt találat 21, négy 1, három 3 szelvényen volt.

Molnár Balázs, *Rosanics György* és *Alexin Zoltán* 100–100 Ft-os könyvutalványt nyertek. Nyereményüket postán küldjük el.

A novemberi 3/1 sorszámú oktató eredményei

SZÁM	SZÁMTOTÓ		BETŰTOTÓ	
1.	Legkisebb szám	1977	Melyik a legnagyobb?	B
2.	Átdarabolás	10	Átdarabolás	B
3.	$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[8]{x} + \sqrt[13]{x} = 19$	148, 20 753 865 01	Generátorok	C
4.	Dodeka-ikozaéder	3,266 124 6254	Oktaéderek	A
5.	Ezernél kisebb prímek	16,8	Permutációk	A
6.	Félkör súlypontja	4,244 131 8158	Ikozaéder	D
7.	Három dobókocka	10	Melyik megoldatlan?	D
8.	Kódolás	10	Lottó prímjei	A

Megjegyzések

A prímek száma. Pintz János decemberben megjelent cikkében olvashattuk, hogy $(\pi(n) \log n)/n$ tart 1-hez. Mivel $\log x = \lg x / \lg e$, ebből következik, hogy $\lim_{n \rightarrow \infty} (\pi(n) \lg n)/n = \lg e \approx 0,434$. Mi azt kaptuk, hogy $\pi(1000) \lg 1000/1000 = 0,504$, tehát az eltérés 0,07.

Annak vizsgálata, hogy az eltérés n függvényében milyen sebességgel tart 0-hoz, a Riemann-sejtéssel kapcsolatban álló, csak részben megoldott feladat. De a konvergencia bizonyított.

A kör négyszögesítése. A betűtótó 7/d problémája nagyon emlékeztet a körülbelül száz éve negatív irányba eldöntött kör-négyszögesítés feladathoz, de nem azonos azzal, hiszen ott szerkeszthetőség, itt tetszőleges eljárással előállítható átdarabolás a kérdés.

Kódolás. Jelöljük a számtótó 8. feladatában szereplő hangokat c, d, e, f, g -vel. Ezekből összesen 20 jelet készíthetünk, és egy kapcsolathoz két jel kell, tehát a csatornán legfeljebb 10 kapcsolat létesíthető. Egy lehetséges megoldás a következő:

1. cd, de ; 2. ed, df ; 3. ef, fg ; 4. gc, gf ; 5. eg, gd ; 6. ec, eg ; 7. dg, ge ; 8. dc, cf ; 9. fc, ce ; 10. fd, fe .

Generátorok. A 0 és 1 közötti racionális számok az egész számokkal együtt olyan generátort alkotnak, amelyből egyetlen elemet sem lehet elhagyni anélkül, hogy az meg ne szűnne generátor lenni.