1. feladat. $R = 0{,}5$ m *sugarú üres gömb állandó* $\omega = 5\ \mathrm{s}^{-1}$ *szögsebességgel forog függőleges átmérője körül (1. ábra). A sugár fele magasságában egy behelyzett tárgy együtt forog a gömbbel* ($g \approx 10\ \mathrm{m/s^2}$).

a) *Legalább mekkorának kell lennie a súrlódási együtthatónak, hogy ez az állapot megvalósulhasson?*

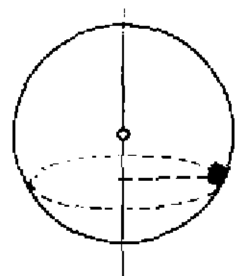
b) *Legalább mekkora súrlódási együtthatóra van akkor szükség, ha a szögsebesség* $\omega = 8\ \mathrm{s}^{-1}$ *?*

c) *Vizsgáljuk meg az előbbiekben megállapított súrlódási együtthatók esetében az állapotok stabilitási viszonyait, ha*

α) *kicsit megváltozik a tárgy helyzete,*

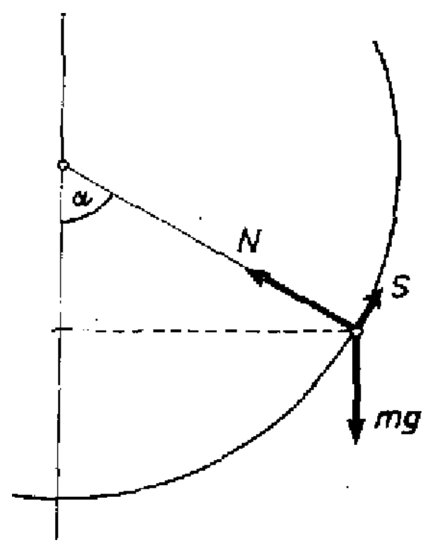
β) *kicsit megváltozik a gömb szögsebessége!*

(Bodó Zalán)



1. ábra

Megoldás. *a)* A test $R\sin\alpha$ sugarú vízszintes körön mozog. A testre ható erők (2. ábra): az mg súlyerő, az N nyomóerő és az S súrlódási erő.



2. ábra

A test gyorsulása (centripetális gyorsulás) vízszintes, nagysága $\omega^2 R\sin\alpha$. A mozgásegyenletek:

$$m\omega^2 R\sin\alpha = N\sin\alpha - S\cos\alpha,$$
$$0 = mg - N\cos\alpha - S\sin\alpha.$$

Az egyenletrendszer megoldása:

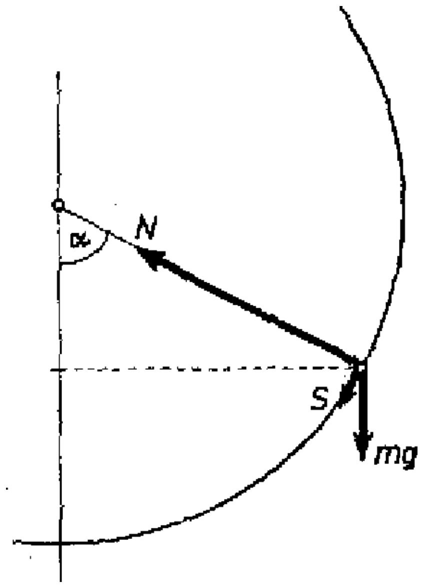
$$S = mg\sin\alpha\left(1 - (\omega^2 R\cos\alpha)/g\right),$$
$$N = mg\left(\cos\alpha + (\omega^2 R\sin^2\alpha)/g\right).$$

Nem következik be lecsúszás, ha $S \le \mu_a N$, azaz ha

$$\mu_a \ge \sin\alpha\cdot\frac{1-(\omega^2 R\cos\alpha)/g}{\cos\alpha + (\omega^2 R\sin^2\alpha)/g} = \frac{3\sqrt{3}}{23} = 0{,}23.$$

A felfelé csúszás ellen nem kell súrlódással védekezni.

b) Ebben az esetben $\omega^2 R\cos\alpha > g$, azaz a felcsúszást akadályozza meg a súrlódás (3. ábra).

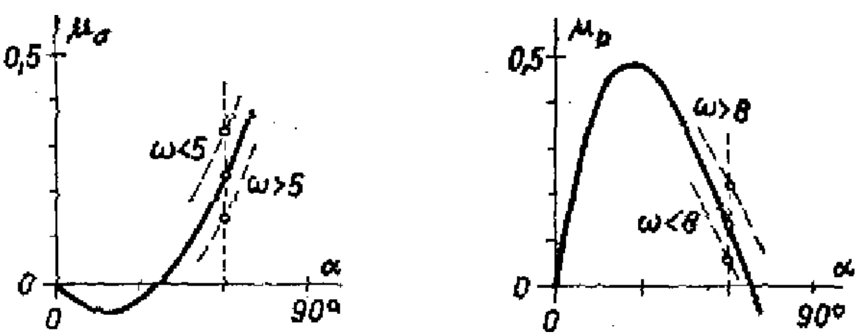


3. ábra

A feltétel hasonló számítással:

$$\mu_b \geq \sin\alpha \cdot \frac{\left[(\omega^2 R\cos\alpha)/g\right]-1}{\cos\alpha+(\omega^2 R\sin^2\alpha)/g} = \frac{3\sqrt{3}}{29} = 0{,}18.$$

c) A szükséges minimális súrlódási együtthatónak α-tól való függését az *a)* és *b*) esetben a 4. ábra mutatja; ezekből vonhatjuk le következtetéseinket.



4. ábra

A stabilis szót óvatosan kell használnunk. A válaszok a négy esetben:

a) α) Ha a test lejjebb kerül, ott marad, ha feljebb kerül, visszacsúszik.

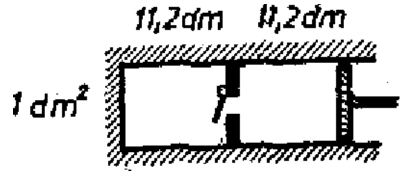
a) β) Ha a szögsebesség növekszik, a test a helyén marad, ha a szögsebesség csökken, lejjebb csúszik.

b) α) Ha a test feljebb kerül, ott marad, ha lejjebb kerül, visszatér eredeti helyére.

b) β) Ha a szögsebesség csökken, a test a helyén marad, ha szögsebesség növekszik, a test feljebb csúszik.

2. feladat. *Az* 1 dm^2 *alapterületű henger külső fala, dugattyúja és belső elválasztó fala hőszigetelő anyagból készült (5. ábra). Az elválasztó fal szelepe akkor nyílik ki, ha a nyomás jobbról nagyobb, mint balról. Kezdetben a* 11,2 dm *hosszú baloldali részben* 12 gramm, *a* 11,2 dm *hosszú jobboldali részben* 2 gramm *hélium van, mindkét résben* 0 ℃ *hőmérsékleten. Kinn a nyomás* 10 newton/cm^2. *A fajhő állandó térfogaton* $c_v = 0{,}75$ cal/g fok, *állandó nyomáson* $c_p = 1{,}25$ cal/g fok. *A dugattyút lassan nyomjuk a válaszfal felé. A szelep kinyílásakor megállunk, majd a dugattyút lassan tovább nyomjuk a falig. Mennyi az általunk összesen végzett munka?*

(Nagy László)



5. ábra

Megoldás. A móltérfogat ismert adatából következik, hogy kezdetben a bal oldali részben 60 newton/cm^2, a jobb oldaliban 10 newton/cm^2 a nyomás.

Először a szelep kinyílásának a feltételét keressük. A jobb oldali részre az adiabatikus összefüggést alkalmazzuk $\varkappa = 5/3$ felhasználásával:

$$10\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}^2}\cdot(11{,}2\ \mathrm{dm}^3)^{5/3} = 60\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}^2}\cdot V^{5/3},$$

innen a jobb oldali térfogat a szelep kinyílásakor: $V = 3{,}82\ \mathrm{dm}^3$. Ekkor a gáztörvény szerint a jobb oldali részben a hőmérséklet $T_1 = 559$ K.

Most kinyílik a szelep. A dugattyút fogjuk. A gázok keverednek. A keveredés után létrejövő hőmérséklet:

$$T_2 = \frac{12\ \mathrm{g}\cdot 273\ \mathrm{K} + 2\ \mathrm{g}\cdot 559\ \mathrm{K}}{14\ \mathrm{g}} = 314\ \mathrm{K}.$$

Ezután az egész gázmennyiség adiabatikus összenyomása következik $11{,}2\ \mathrm{dm}^3+$ $+3{,}82\ \mathrm{dm}^3 = 15{,}02\ \mathrm{dm}^3$-ről $11{,}2\ \mathrm{dm}^3$-re. Az adiabatikus állapotegyenlet $TV^{\varkappa-1}$ =*konstans* alakját használva:

$$314\ \mathrm{K}\cdot(15{,}02\ \mathrm{dm}^3)^{2/3} = T_3\cdot(11{,}2\ \mathrm{dm}^3)^{2/3},$$

innen $T_3 = 381{,}7$ K.

A folyamat során a gáz kivülről nem kapott hőt, így a munkavégzés megegyezik a gáz energiaváltozásával. A gázt ideálisnak tekintve

$$W = (0{,}75\ \mathrm{cal/g\ fok})\cdot 14\ \mathrm{g}\cdot(381{,}7\ \mathrm{K} - 273\ \mathrm{K}) = 1140\ \mathrm{cal} = 4780\ \mathrm{joule}.$$

Ez a munkavégzés azonban tartalmazza a külső légnyomás által végzett munkát is:

$$W_1 = 100\ \mathrm{cm}^2\cdot 10\ \mathrm{newton/cm}^2\cdot 1{,}12\ \mathrm{m} = 1120\ \mathrm{joule} = 270\ \mathrm{cal}.$$

Így az általunk végzett összes munka:

$$W_2 = W - W_1 = 3660\ \mathrm{joule} = 870\ \mathrm{cal}.$$

3. feladat. *Egy üveggömbben valahol gömb alakú levegőbuborék van. Ismertessünk módszereket, amelyekkel a légbuborék átmérőjét meghatározhatjuk! (Az üveggömb megsértése tilos. Az eljárások leírása legyen minél pontosabb.)*

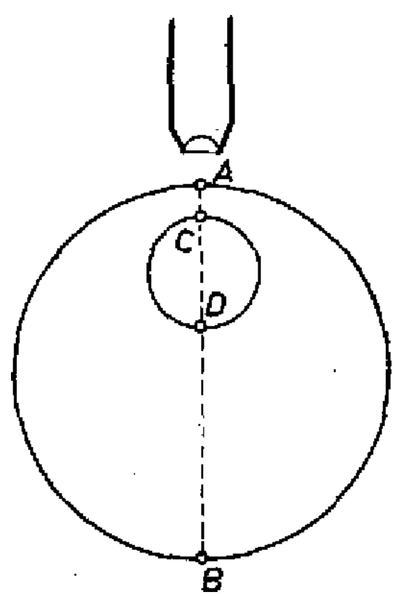
(Vermes MIklós)

Megoldás. Néhány általános megjegyzés. Az üveg sűrűsége nem meghatározott adat, ez mint ismert érték nem használható fel. Az üveggolyó anyagának törésmutatóját meg lehet határozni egy olyan fénysugár útjának követésével, amely a gömbön úgy megy keresztül, hogy nem éri a buborékot.

A két gömb középpontját összekötő egyenes („tengely") helyzetére sokszor szükség van. A tengely meghatározható, ha a golyót keljfeljancsiként asztalra tesszük vagy higanyon úsztatjuk. A gömbön megjelölhetjük a tengely buborékhoz közelebbi és távolabbi végét. Lássuk néhány módszer rövid vázlatát (R a gömbsugár, n a törésmutató).

A tengely mentén haladva két vastag szórólencséből álló lencserendszerünk van, de a számítás végrehajtása elég hosszadalmas.

Mikroszkópunkat élesre állítjuk a tengely végére és a buborék felszínére (6. ábra).



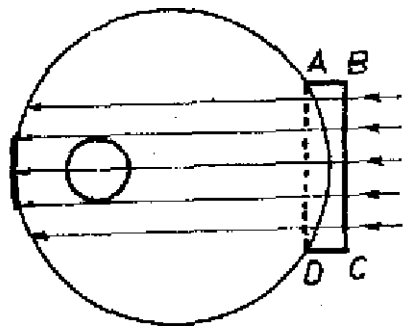
6. ábra

Ha a mikroszkóp tubusát eközben k_1 távolsággal kellett süllyesztenünk, akkor a valóságos távolság, ahogy azt könnyen kiszámíthatjuk:

$$AC = k_1 \cdot \frac{R_n}{R + k_1(n-1)}$$

Ugyanígy határozható meg a tengely másik végénél BD. A buborék átmérője $2r = 2R - AC - BD$. (A. Golubencev)

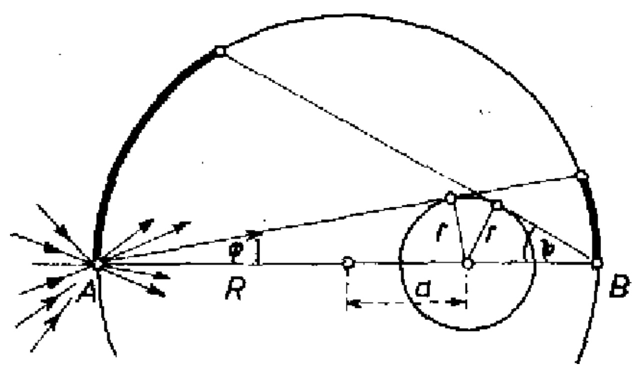
A gömbhöz olyan plankonkáv lencsét illesztünk, amellyel az $ABCD$ rész planparalel lemezzé válik. R és n ismeretében meg tudjuk találni a plankonkáv lencse anyagának szükséges törésmutatóját (7. ábra).



7. ábra

Ezután párhuzamos sugárnyalábbal világítjuk át a gömböt és a túlsó falon (homályos bevonaton) észleljük a buborék átmérőjét. (Faragó Béla)

A gömbfelszín A pontjára sugárnyalábot összpontosítunk (8. ábra).



8. ábra

Ekkor a gömbben is egyetlen pontból kiinduló sugárnyalábot kapunk. Ez a túlsó oldalon egy süveget világít meg, amelynek nagyságából megállapítható a φ szög. Ugyanígy kapjuk B-nél a ψ szöget. Ezután

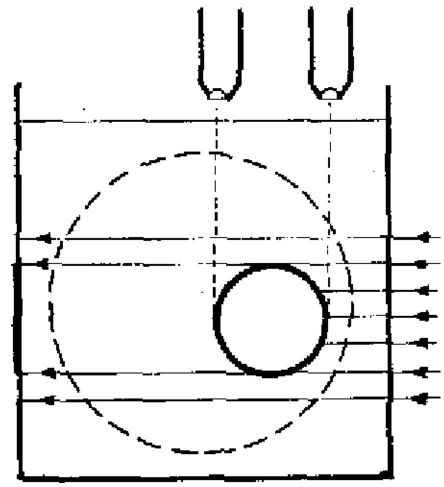
$$\sin\varphi = \frac{r}{R+a}, \qquad \sin\psi = \frac{r}{R-a}.$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$r = 2R \cdot \frac{\sin\psi \sin\varphi}{\sin\psi + \sin\varphi}, \qquad a = R \cdot \frac{\sin\psi - \sin\varphi}{\sin\psi + \sin\varphi}.$$

(Gheorge Popescu)

Az üveggolyót anyagával egyező törésmutatójú folyadékkal telt párhuzamos falú üvegedénybe mártjuk. Ilyenkor a külső felszín láthatatlan, és a helyzet olyan, mintha a folyadékban csak egy gömb alakú légbuborék volna. Ezután a buborék határai vízszintesen eltolható mérőmikroszkóppal mérhetők le (V. Krivcun), vagy oldalról párhuzamos sugárnyalábbal tapogathatók le. (L. Köhler, J. Svoboda, S. Saceanu; 9. ábra)



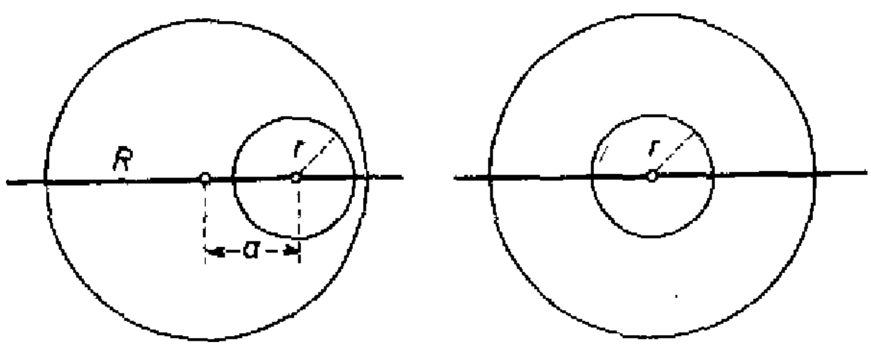
9. ábra

Ha a buborék nem túl nagy, átmérőjének optikai úthosszát, illetve az erre merőleges úthossztól való eltérését interferométeres módszerrel lehetne mérni; (J.-M. Luck-Laverne)

A Röntgen-sugarak üvegben nem törnek, de részben elnyelődnek. Tehát a golyót lehetőleg párhuzamosan érkező sugarakkal meg kell röntgenezni. (K. U. Pösnecker)

Megmérjük a tehetetlenségi nyomatékot a tengelyre vonatkozóan (10. ábra, ϱ a sűrűség):

$$\Theta = \varrho \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot R^3 \cdot \frac{2}{5} \cdot R^2 - \varrho \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot \frac{2}{5} \cdot r^2 = \frac{8\pi}{15} \cdot \varrho(R^5 - r^5).$$



10. ábra

Megmérjük a tömeget is:

$$m = \frac{4\pi}{3} \cdot \varrho(R^3 - r^3).$$

A tehetetlenségi nyomaték számításakor a buborékot a gömb középpontjába képzelhetjük eltolva. Az egyenletek osztásával kapjuk a keresett r-re

$$2mr^5 - 5\Theta r^3 + 5\Theta R^3 - 2mR^5 = 0.$$

Ha r megvan, ϱ is számítható. (A. Chiosea)

Ha megmérjük a tengelyre merőleges átmérő körüli tehetetlenségi nyomatékot is, akkor még egy egyenletünk van és a buborék átmérőjén, az üveg sűrűségén kívül a buborék helyét is meg tudjuk határozni. (R. Lubis, I. Hamitov)

Kísérleti feladat. *Vizsgálja meg egy adott X kristályos anyag termikus tulajdonságait szobahőmérséklet és* 80 ℃ *között! Határozza meg az X anyag hőtani jellemző adatait! Mérési adatait foglalja táblázatba és ábrázolja grafikusan is!*

A munkahelyen egyéb eszközök mellett rendelkezésre áll egy 12 V feszültséggel fűthető kémcső, ismert fajhőjű ($c_0 = 0{,}5$ cal/g fok) folyadék és az ismeretlen termikus tulajdonságú X anyag. Az X anyag nem oldódik a folyadékban.

Megoldás. A feladat megoldható a folyadék és a kristályos anyag melegedési görbéinek felvételével. A kristályos anyaga melegítés közben megolvad. A görbéből meghatározható az ismeretlen anyag ($Na_2S_2O_3 \cdot 5\ H_2O$) fajhője, olvadáspontja és olvadási hője.