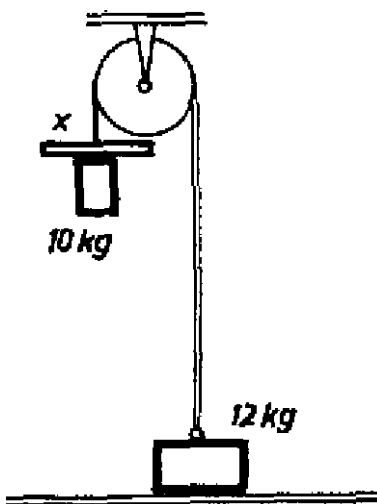


Az I. forduló feladatai

1. Csigán átvett fonál végein 10 kg és 12 kg tömegű testek lógnak. A 10 kg tömegű testen egy rúd fekszik. A 12 kg-os tömeget elengedve a testek elindulnak (1. ábra). Mozgás közben, a 12 kg-os lebillenti a rudat a 10 kg-osról. Mennyi legyen a rúd tömege, hogy a 12 kg-os test éppen a csigához érkezzon fel?



1. ábra

Megoldás. Először egyenletesen gyorsuló, azután egyenletesen lassuló mozgás következik be. A távolság felezése folytán ezek útjai egyenlők: $a_1 t_1^2/2 = a_2 t_2^2/2$. A gyorsuló mozgás végsebessége egyenlő a lassuló mozgás kezdősebességével: $v = a_1 t_1 = a_2 t_2$, ha eltekintünk a rúd lebillenése során bekövetkező sebességváltozástól. Ezeket a sebességeket az utak kifejezéseibe helyettesítve:

$$\frac{vt_1}{2} = \frac{vt_2}{2},$$

amiből azonnal következik, hogy a mozgás két részének az ideje és gyorsulásainak abszolút értéke egyenlő. A kisebb tömeget m_a -val, a nagyobbat m_b -vel, a rúd tömegét x -szel jelölve írjuk fel a gyorsulások egyenlőségét:

$$\frac{m_a + x - m_b}{m_a + x + m_b} \cdot g = \frac{m_b - m_a}{m_b + m_a} \cdot g.$$

Az egyenlet megoldása: $x = \frac{m_b^2 - m_a^2}{m_a} = 4,4 \text{ kg}$.

Az egyenlet ilyen alakra is hozható:

$$m_b = \sqrt{m_a(m_a + x)},$$

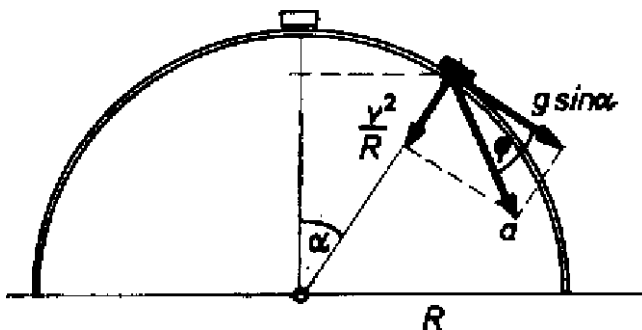
tehát a nagyobb tömeg mértani középátlós a kisebb tömeg és a pálcával terhelt tömeg között

2. R sugarú henger tetejéről súrlódásmentesen csúszik le egy test. a) Mely helyzetben lesz a gyorsulás a „ g ” nehézségi gyorsulás kétharmada? b) Milyen irányú ekkor a gyorsulás?

Megoldás. Az α szöggel meghatározott helyzetben a gyorsulás érintőleges összetevője $g \sin \alpha$, merőleges összetevője v^2/R , ahol v a sebesség.

A teljes gyorsulás a két összetevőből vektoriálisan tevődik össze (2. ábra):

$$a = \sqrt{(g \sin \alpha)^2 + (v^2/R)^2}.$$



2. ábra

A sebességet mint az α szög függvényét az energiatételből kapjuk:
 $mv^2/2 = mgR(1 - \cos \alpha)$, innen $v^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$. Ennek felhasználásával a gyorsulás:

$$a = g \sqrt{\sin^2 \alpha + 4(1 - \cos \alpha)^2} = \frac{2}{3} \cdot g.$$

Rendezzük a kapott egyenletet:

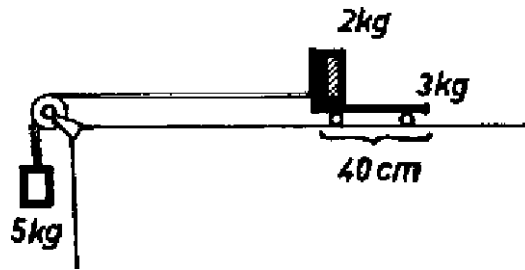
$$27 \cos^2 \alpha - 72 \cos \alpha + 41 = 0,$$

ennek számunkra érdekes megoldása:

$$\cos \alpha = (12 - \sqrt{21}) : 9 = 0,8242, \quad \alpha = 34^\circ 30'.$$

Az eredő gyorsulás az érintővel φ szöget zár be, erre nézve $\cos \varphi = (g \sin \alpha) : (2g/3) = 1,5 \sin \alpha = 0,8496$, $\varphi = 31^\circ 48'$.

3. Egy 5 kg tömegű test húzza a 3 kg tömegű, súrlódás nélkül guruló kocsit (3. ábra). A kocsin fekvő téglát 0,8 másodperc múlva csúszott le a 40 cm hosszú kocsi hátsó végén. Mennyi a csúszási súrlódási együttható a téglát és a kocsit között? A téglát tömege 2 kg. $g = 10 \text{ m/s}^2$.



3. ábra

Megoldás. Mivel a téglát csúszik a kocsihoz képest, a téglát a kocsitól $2 \text{ kg} \cdot \mu g$ gyorsító erőt kap és gyorsulása $\mu g = a_1$ (μ a súrlódási együttható).

A lelógó súly által kifejtett fonálerő 5 kg ($g - a_2$), ez gyorsítja a 3 kg-os kocsit és fedezi a téglát gyorsító súrlódási erőt:

$$5 \text{ kg}(g - a_2) = 3 \text{ kg } a_2 + 2 \text{ kg } \mu g;$$

innen a kocsit gyorsulása:

$$a_2 = \frac{5 - 2\mu}{8} \cdot g.$$

A kocsit és téglát megtett útjainak a különbsége a kocsit 40 cm-es hossza:

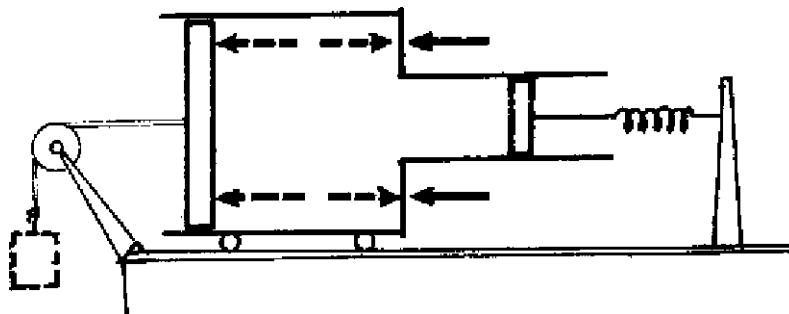
$$\frac{a_2}{2} \cdot (0,8 \text{ s})^2 - \frac{a_1}{2} \cdot (0,8 \text{ s})^2 = 0,4 \text{ m};$$

a gyorsulás értékeit felhasználva:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5 - 2\mu}{8} \cdot g \cdot (0,8 \text{ s})^2 - \frac{1}{2} \cdot \mu g \cdot (0,8 \text{ s})^2 = 0,4 \text{ m}.$$

Az egyenlet megoldása adja az eredményt: $\mu = 0,4$.

4. Hengeres edény szélesebb részének 5 cm^2 , keskenyebb részének 1 cm^2 a keresztmetszet-területe (4. ábra). A dugattyúk és a görgők súrlódás nélküliek. A kis dugattyút rugóval erősítettük egy cövekhez. Mit figyelhetünk meg, ha a horogra 1 kg tömegű testet akasztunk? A légnyomás 1 kp/cm^2 .



4. ábra

Megoldás. Kezdetben egyensúly van, a nagy dugattyút belülről és kívülről 5 kp, a kis dugattyút belülről és kívülről 1 kp, a henger jobb oldalán található 4 cm^2 területű körgyűrűt belülről és kívülről 4 kp erő nyomja. A nyomás a hengerben 1 kp/cm^2 .

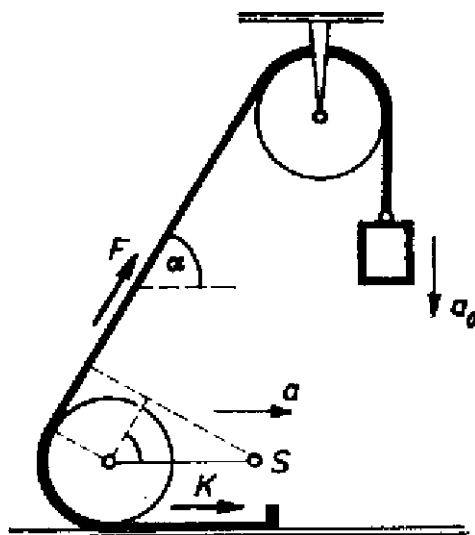
Az 1 kp súlyú test horogra akasztása után a nagy dugattyút 5 kp helyett csak 4 kp erő nyomja befelé. Az elzárt levegő kiterjed, amíg nyomása $0,8 \text{ kp/cm}^2$ lesz, mert ekkor nyomja a dugattyút belülről is 4 kp erő. A kis dugattyút tartó rugó megnyúlik, mert belülről $0,8 \text{ kp}$ nyomja.

A 4 cm^2 területű körgyűrűt kívülről változatlanul 4 kp nyomja, de belülről csak $3,2 \text{ kp}$ erő, tehát az egész henger elindul balfelé. Ha a henger balfelé mozdul el, a körgyűrű elmozdulása folytán kisebbedne a belső térfogat, amelynek azonban a $0,8 \text{ kp/cm}^2$ nyomás tartása miatt állandónak kell maradni. Ezért a nagy dugattyú is elindul balfelé, de a területarány következtében elmozdulása az előbb leírt helyzetéhez képest a henger elmozdulásának 80 %-a.

A II. forduló feladatai

1. Vízszintes felületen megerősítünk egy fonalat, ezt $r = 25 \text{ cm}$ sugarú, $m=8 \text{ kg}$ tömegű henger alatt vezetjük el, azután egy ugyanolyan hengerből készült állócsigán vetjük át és a fonál szabad végére ugyancsak $m=8 \text{ kg}$ tömegű testet akasztunk (5. ábra). A messze levő hengerek között a fonál 60° -os szöget zár be a vízszintessel. Mekkora a lelógó test gyorsulása abban a pillanatban, amikor elengedjük? (A fonál nem csúszik.)

(Dr. Wiedemann László)



5. ábra

Megoldás. Első lépés a lelógó test a_0 és a guruló henger középponti a gyorsulásának összefüggését megkeresni. Ha a henger középpontja kicsiny s utat tesz meg, akkor a kötélből felszabadul $s + s \cos \alpha$ a darab és ez a lelógó tömeg útja:

$$s_0 = s(1 + \cos \alpha).$$

A kicsiny s útszakasz megtétele alatt a gyorsulásokat állandóknak tekinthetjük, így az utak aránya a gyorsulások arányát adja meg:

$$a_0 = a(1 + \cos \alpha).$$

Newton II. törvényét alkalmazva a henger haladó mozgására (K és F a fonálerők):

$$K + F \cos \alpha = ma.$$

A henger forgására nézve:

$$(F - K)r = \frac{a}{r} \cdot \Theta,$$

a csiga forgására nézve:

$$(mg - ma_0 - F)r = \frac{a_0}{r} \cdot \Theta.$$

Ugyanis sima gördülés esetében a szöggyorsulások a/r és a_0/r , Θ pedig a hengerek tehetetlenségi nyomatéka. Négy egyenletből álló egyenletrendszerünk megoldása a lelógó henger indulási gyorsulására vonatkozóan:

$$a_0 = g \cdot \frac{(1 + \cos \alpha)^2}{(1 + \Theta/mr^2)[1 + (1 + \cos \alpha)^2]} = \frac{6}{13} \cdot g = 0,462g.$$

A másik három mennyiségre adódó megoldás:

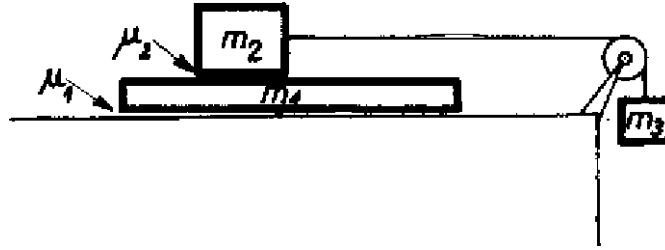
$$a = g \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{(1 + \Theta/mr^2)[1 + (1 + \cos \alpha)^2]} = \frac{4}{13} \cdot g = 0,308g,$$

$$F = mg \cdot \frac{1}{1 + (1 + \cos \alpha)^2} = \frac{4}{13} \cdot mg = 0,308mg,$$

$$K = mg \cdot \frac{1 - \Theta \cos \alpha/mr^2}{(1 + \Theta/mr^2)[1 + (1 + \cos \alpha)^2]} = \frac{2}{13} \cdot mg = 0,154mg.$$

2. Írjuk le a 6. ábrán látható rendszer mozgását! Az m_1 tömegű deszka és az asztal között μ_1 , a deszka és az m_2 tömegű tégl között μ_2 a súrlódási együttható. (A csúszó és tapadási súrlódási együttható egyenlő.) Szám adatok: $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 1$ kg, $\mu_1 = 0,1$, $\mu_2 = 0,35$.

(Párkányi László)



6. ábra

Megoldás. Taglalni kell, hogy a megadott szám adatok: esetében milyen mozgás jön létre.

Semmi sem mozog, ha $m_3g < \mu_2 m_2 g$, és egyidejűleg $m_3g < \mu_1(m_1 + m_2)g$. A mi számadataink mindkettőnek ellentmondanak, ez az eset nem valósul meg.

A deszka akkor mozog, ha a súrlódási erőkre vonatkozóan igaz, hogy

$$\mu_2 m_2 g > \mu_1(m_1 + m_2)g.$$

Számadataink megfelelnek ennek a feltételnek, tehát a deszka feltétlenül mozog. De az a kérdés, hogy a téglával együtt vagy külön? Ha a deszka és a tégl külön mozognának, akkor gyorsulásuk ezek volnának:

$$a_1 = \frac{\mu_2 m_2 g - \mu_1(m_1 + m_2)g}{m_2} = 0,15g,$$

$$a_2 = \frac{m_3 g - \mu_2 m_2 g}{m_2 + m_3} = 0,1g.$$

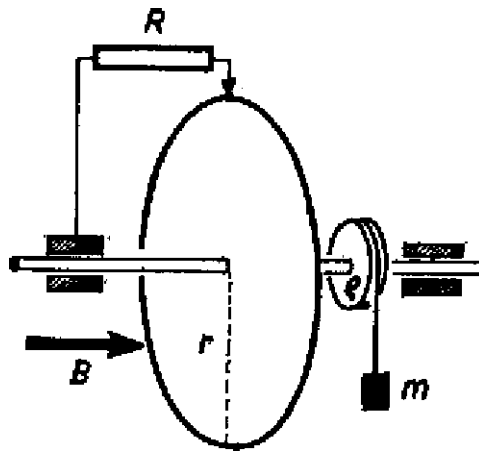
De az lehetetlen, hogy a deszka nagyobb gyorsulással mozogjon, mint a tégl. Így marad az utolsó eset: a tégl és a deszka együtt mozognak. Ebben az esetben a deszka és a tégl közös gyorsulása:

$$a = \frac{m_3 - \mu_1(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g = 0,12g.$$

Érdekes, hogy azok a feltételek, amelyek a mozgás fajtáját döntik el, függetlenek a nehézségi gyorsulástól.

3. Elhanyagolható ellenállású anyagból készült r sugarú korongot vízszintes tengellyel csapágyaztunk. Tengelyén ρ sugarú kis kerék van, amelyről fonálon m tömegű, test, lóg le (7. ábra). A tengely csapágya és a kerülethez hozzáérő csúszó érintkező közé R ellenállást kapcsolunk. Az egész korong vízszintes irányú B indukciójú mágneses térben van. Mekkora végső szögsebességre áll be a forgó korong? Szám adatok: $r = 10$ cm, $\rho = 2$ cm, $R = 0,01$ ohm, $B = 0,2$ tesla, $m = 50$ gramm.

(Dr. Wiedemann László)



7. ábra

Megoldás. Az úgynevezett unipoláris indukcióról van szó. A korongban a tengelytől az érintkezőig a legkülönbözőbb utakon halad az áram: $I = I_1 + I_2 + \dots$. Tekintsük az I_1 áram útjának egy olyan kis darabját, amelynek a rádiusz irányába eső összetevője Δr , az erre ható mágneses erő $BI_1 \Delta r$. Ennek az erőnek a forgatónyomatéka $BI_1 r \cdot \Delta r$, az egész forgatónyomaték egyetlen áramfonálnál: $0,5BI_1 r^2$. Ugyanígy a második áramfonálnál $0,5BI_2 r^2$, összegezve $0,5BIr^2$.

Az indukált elektromotoros erő $U = Brv/2$, ahol v a kerületen érvényes sebességet jelenti és átlagban a középpont-hoz haladva a fele számítandó. A kerületi sebesség a szögsebességgel kifejezve $v = \omega r$, így az indukált elektromotoros erő $U = B\omega r^2/2$, az áramerősség pedig $I = U/R = B\omega r^2/(2R)$. Az erre az áramra ható mágneses erő forgatónyomatéka $\omega B^2 r^4/(4R)$. A beálló végállapot esetében ez egyenlő a leelőző súly $mg\varrho$ forgatónyomatékával:

$$\frac{\omega B^2 r^4}{4R} = mg\varrho,$$

innen:

$$\omega = \frac{4mg\varrho R}{B^2 r^4}.$$

Számadatainkkal $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$.

A III. kísérleti forduló

A II. forduló dolgozatai alapján 24 versenyző kísérleti versenyen vett részt Budapesten az ELTE Természettudományi Karának Általános Fizikai Tanszékén. Egyrészt egy forgó szerkezet súrlódási forgatónyomatékát kellett meghatározniuk, másrészt értelmezni kellett a poláros fény témakörébe tartozó bemutatott kísérletet.

Az 1976. évi fizikai tanulmányi verseny eredménye.

A fizikából nem tagozatos tanulók versenyében:

I. díj: *Zimányi Gergely* (Budapest, Fazekas M. Gimn. IV. o. t., tanára: Mihály István).

II. díj: *Vankó Péter* (Budapest, Móricz Zs. Gimn. III. o. t., tanára: Sikó Attiláné).

III. díj: *Gulyás Mihály* (Orosháza, Táncsics M. Gimn. IV. o. t., tanára: Győrös Gyula).

A további helyezettek: 4. *Zsigmond Géza* (Budapest, Fazekas M. Gimn. IV. o. t., Mihály István), 5. *Tóth István* (Tata, Eötvös J. Gimn. IV. o. t., Mészáros András), 6. *Binzberger Gábor* (Budapest, Móricz Zs. Gimn. IV. o. t., Széplaki Jenőné), 7. *Lórántfy László* (Kecskemét, Katona J. Gimn. IV. o. t., Szakács Jenő), 8. *Molnár Árpád* (Budapest, Fazekas M. Gimn. IV. o. t., Mihály István), 9. *Harsányi Gábor* (Budapest, Radnóti M. Gimn. IV. o. t., Rácz Mihály), 10. *Tornóci László* (Tata, Eötvös J. Gimn. IV. o. t., Mészáros András).

A fizikából tagozatos tanulók versenyében:

I. díj: *Holló Sándor* (Eger, Gárdonyi G. Gimn. IV. o. t., tanára: Leitner Györgyné).

II. díj: *Ambrus András* (Szeged, Radnóti M. Gimn. IV. o. t., tanára: Bábitzky Edéné).

III. díj: *Faragó Béla* (Csongrád, Batsányi J. Gimn. IV. o. t., tanára: Szucsán András).

A további helyezettek: 4. *Kovács Gábor* (Budapest, Landler J. Gimn. IV. o. t., Kocsis Ferencné), 5. *Tar József* (Eger, Gárdonyi G. Gimn. IV. o. t., Leitner Györgyné), 6. *Dávid József* (Bonyhád, Petőfi S. Gimn. IV. o. t., Erdélyesi János), 7. *Virosztek Attila* (Szolnok, Versey F. Gimn. N. o. t., Sebestyén István), 8. *Drankovics József* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn. IV. o. t., Gál József), 9. *Földvári Csaba* (Budapest, Apáczai Csere Gimn. N. o. t., Holics László), 10. *Forján János* (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn. III. o. t., Uhrin János).