

A Diákolimpiát 1975. július 3–16. között rendezték meg Bulgáriában 17 ország (Anglia, Ausztria, Bulgária, Csehszlovákia, Franciaország, Görögország, Hollandia, Jugoszlávia, Lengyelország, Magyarország, Mongólia, az NDK, Románia, Svédország, a Szovjetunió, az USA és a Vietnami DK) 135 versenyzőjének részvételével. Vietnamból 7, minden más országból 8–8 tanuló vett részt.

A két írásbeli dolgozatot július 7. és 8. napján írták meg Burgaszban. Mindkét napon 3 feladat volt kitűzve és 4 órai munkaidő állt rendelkezésre. A feladatok a következők voltak:

1. Jelentsenek x_i és y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) olyan valós számokat, amelyekre $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ és $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$. Legyen továbbá $z_1, z_2, \dots, z_n$ az $y_1, y_2, \dots, y_n$ számok valamely elrendezése! – Bizonyítsuk be, hogy

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - z_i)^2.$$

2. Jelentse $a_1, a_2, a_3, \dots$ pozitív egész számok olyan végtelen sorozatát, amelyre $a_k < a_{k+1}$, ha $1 \leq k$. – Bizonyítsuk be, hogy ennek a sorozatnak végtelen sok eleme írható

$$a_m = x \cdot a_p + y \cdot a_q$$

alakban, ahol x és y alkalmas pozitív egész számok, továbbá $p \neq q$.

3. Egy tetszés szerinti ABC háromszög oldalaira (az ABC síkban) úgy szerkesztettük kifelé a BPC , CQA és ARB háromszögeket, hogy

$$\angle PBC = \angle CAQ = 45^\circ, \quad \angle BCP = \angle QCA = 30^\circ \quad \text{és} \quad \angle ABR = \angle BAR = 15^\circ.$$

Bizonyítsuk be, hogy

$$\angle QRP = 90^\circ \quad \text{és} \quad QR = RP.$$

4. Legyen A a tízes számrendszerben felírt 4444^{4444} szám számjegyeinek összege, B pedig az A számjegyeinek összege! Számítsuk ki B számjegyeinek összegét! (A és B szintén a tízes számrendszerben van felírva.)

5. Döntsük el, vajon kiválasztható-e egy egységnyi sugarú körvonalon 1975 pont úgy, hogy közülük bármelyik kettő által meghatározott húr hosszának mérőszáma racionális szám legyen! Okoljuk is meg döntésünket!

6. Állítsunk elő minden olyan kétváltozós P polinomot, amelyek kielégítik a következő feltételeket:

- (1) Minden valós t, x, y számra $P(tx, ty) = t^n \cdot P(x, y)$, ahol n pozitív egész szám, azaz P homogén és n -edfokú.
- (2) Minden valós a, b, c szám esetén fennáll, hogy

$$P(a + b, c) + P(b + c, a) + P(c + a, b) = 0.$$

- (3) $P(1, 0) = 1$.

A feladatok kifogástalan megoldásával rendre 6, 7, 7, 6, 6, 8 pontot, összesen 40 pontot lehetett szerezni. Az egyéni pontversenyben 40–38 pontig I. díjat adtak ki, 37–31 pontig II. díjat, 30–23 pontig III. díjat. A kiadott díjak száma rendre 8, 25, 36.

A magyar versenyzők mindegyike díjat érdemelt ki.

II. díjban részesültek: 37 ponttal *Jakab Tibor* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., érettségizett), *Sparing László* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., érettségizett), *Surján Péter* (Budapest, Móricz Zs. Gimn., érettségizett), 35 ponttal *Soukup Lajos* (Budapest, I. László Gimn., III. osztályt végzett), 34 ponttal *Éltető László* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., érettségizett).

III. díjban részesültek: 28 ponttal *Seress Ákos* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. osztályt végzett), 27 ponttal *Bagó Balázs* (Győr, Révai M. Gimn., érettségizett) és 23 ponttal *Neumann Attila* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., érettségizett).

A nem hivatalos csapat-pontverseny eredményeként közöljük az összpontszámot és zárójelben a kiérdemelt I., II. és III. díjak számát. *Magyarország* 258 (0, 5, 3); *NDK* 249 (0, 4, 4); *USA* 247 (3, 1, 3); *Szovjetunió* 246 (1, 3, 4); *Anglia* 241 (2, 2, 3); *Ausztria* 192 (1, 1, 2); *Bulgária* 186 (0, 1, 4); *Románia* 180 (0, 1, 3); *Franciaország* 176 (1, 1, 1); *Vietnam* 175 (0, 1, 3); *Jugoszlávia* 163 (0, 1, 1); *Csehszlovákia* 162 (0, 0, 2); *Svédország* 160 (0, 2, 0); *Lengyelország* 124 (0, 1, 1); *Görögország* 95 (0, 1, 0); *Mongólia* 75 (0, 0, 1); *Hollandia* 67 (0, 0, 1).

Az előzetes közlések szerint az 1976. évi olimpiát Ausztria szándékozik megrendezni, az 1977. évit pedig Jugoszlávia.